Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 02.02.2013.

III РАЗРЕД

1. Који број треба одузети од највећег броја девете стотине, па да се добије најмањи број пете стотине?

2. Бане и Лаза имају заједно 48 кликера. Саша и Лаза имају заједно 44 кликера. Ако Лаза има 8 кликера мање од Саше, колико кликера имају заједно Саша, Бане и Лаза?

3. Нацртај две кружнице полупречника 3cm и 2cm које се секу у две тачке тако да центри обеју кружница припадају и једном и другом кругу.

4. Страницама три „слепљена" правоугаоника (види слику) одређено је шест правих.

Колико парова нормалних правих је на тај начин одређено?

5. Колико бројева можеш записати римским цифрама I и X (при записивању неког броја можеш користити једну или обе цифре)?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

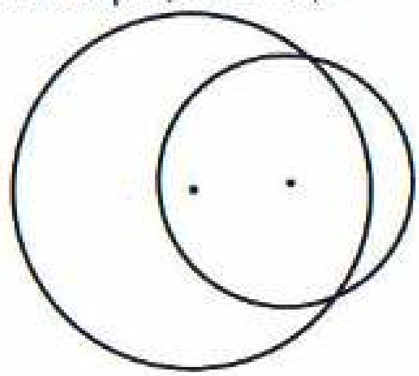
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
III РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

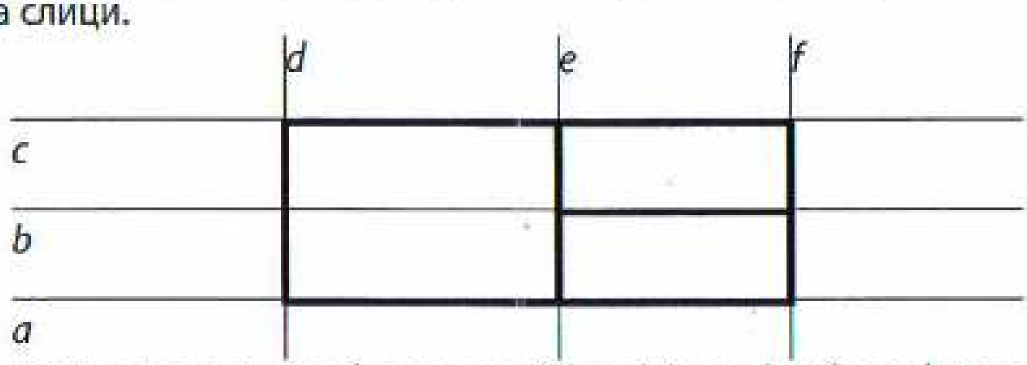
1. (**МЛ46-2**) Највећи број девете стотине је 900 (**5 поена**), а најмањи број пете стотине је 401 (**5 поена**). Дакле, 900 – x = 401, одакле је x = 499, па је тражени број 499 (**10 поена**).

2. Лаза има (44 – 8) : 2 = 18 кликера (**10 поена**). Саша има 18 + 8 = 26 кликера (**5 поена**). Укупно имају 48 + 26 = 74 кликера (**5 поена**).

3. (**МЛ47-2**) **20 поена** за слику. *Напомена*: Растојање између центара кружница које ученици нацртају мора бити мање од 2cm.



4. (**МЛ47-2**) Праве које одређују странице ових правоугаоника дате су на слици.



Нормалне праве су: *a* и *d*, *a* и *e*, *a* и *f*, *b* и *d*, *b* и *e*, *b* и *f*, *c* и *d*, *c* и *e*, *c* и *f*
Свако тачно решење бодовати са **2 поена**, а ако су сви парови набројани бодовати са **20 поена**.

5. (**МЛ45-5**) Римски бројеви које се могу записати су: I, II, III, IX, X, XI, XII, XIII, XIX, XX, XXI, XXII, XXIII, XXIX, XXX, XXXI, XXXII, XXXIII. Укупно 18 бројева. Свако тачно решење бодовати са **1 поен**, ако су сви бројеви записани бодовати са **20 поена**.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 02.02.2013.

IV РАЗРЕД

1. Ако цифре 8 и 3 замене места, који од бројева 408723, 804732 и 480273 се највише смањи и за колико?

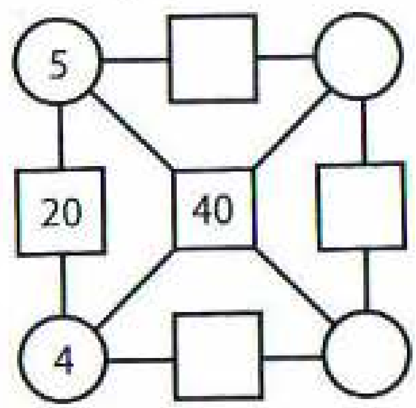
2. Правоугаоник од папира је пресечен на два једнака дела. Сваки од тих делова је квадрат обима 5dm 2cm. Одреди обим почетног правоугаоника.

3. Нека је x највећи, а y најмањи четвороцифрен број записан цифрама 0, 1, 2, 3 (цифре се не понављају). Израчунај

$$(x+y)-(x-y).$$

4. Израчунај збир четвртине броја 2012 и трећине броја 2013.

5. На свакој од шест линија на слици налазе се по два круга и квадрат. Бројевима који су уписани у кругове одговара њихов производ уписан у одговарајући квадрат. По овом правилу упиши бројеве у празне кругове и квадрате.



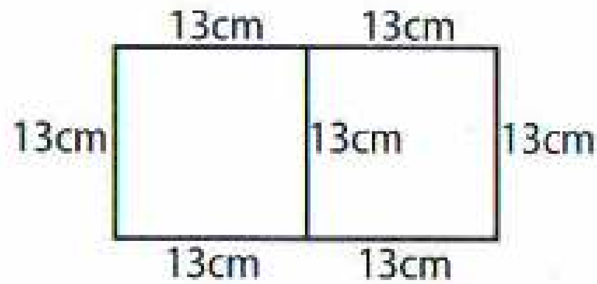
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
IV РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. **(МЛ45-1)** 408723 – 403728 = 4995 (**4 поена**), 804732 – 304782 = 499950 (**4 поена**), 480273 – 430278 = 49995 (**4 поена**). Највише се смањио број 804732 (**4 поена**) и то за 499950 (**4 поена**).

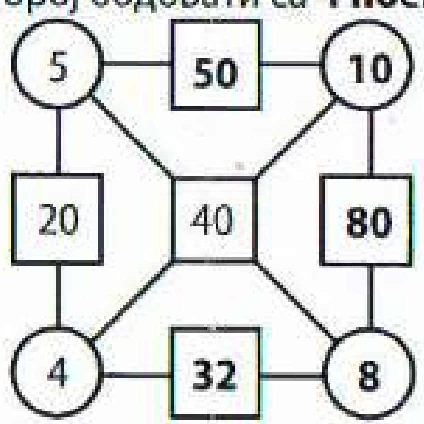
2. **(МЛ47-2)** Страница квадрата је 52cm : 4 = 13cm (**6 поена**). Странице почетног правоугаоника су 26cm и 13cm (**8 поена**) па је његов обим 78cm (**6 поена**).



3. x = 3210 (**5 поена**), y = 1023 (**5 поена**). $(x + y) - (x - y) = 2046$ (**10 поена**).

4. **(МЛ46-5)** 2012 : 4 = 503 (**5 поена**). 2013 : 3 = 671 (**5 поена**).
2012 : 4 + 2013 : 3 = 1174 (**10 поена**).

5. Сваки тачно уписан број бодовати са **4 поена**.



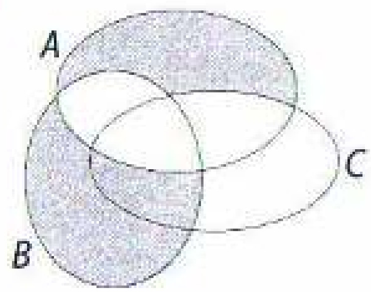
Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 02.02.2013.

V РАЗРЕД

1. а) Одреди број који је за 12 мањи од броја $5050050 : 50 - 45$.
б) Колико пута је број $36 \cdot 15$ већи од броја 20?

2. Дати су скупови A, B и C. Запиши користећи скуповне операције скуп који се састоји од осенчених делова.



3. Одреди угао:
а) комплементан; б) суплементан
углу $\alpha = 2013'$.

4. Тачке A, B и C су на једној, а D и E на другој од две паралелне праве. Наброј све дужи и све троуглове које одређују тих 5 тачака.

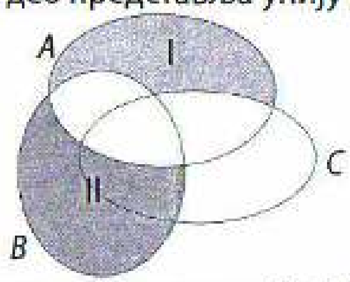
5. Све стране дрвене коцке су обојене, а затим је та коцка исечена паралелно својим странама на мале коцке ивица 1cm. Зна се да тачно шест малих коцки имају тачно по једну обојену страну.
а) Колика је површина велике коцке?
б) Колико има малих коцки чија ниједна страна није обојена?

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
V РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ46-1**) а) $5050050 : 50 - 45 = 101001 - 45 = 100956$ (**7 поена**). Број за 12 мањи од добијеног броја је 100944 (**7 поена**).
б) $(36 \cdot 15) : 20 = 27$. Број $36 \cdot 15$ је 27 пута већи од броја 20 (**6 поена**).

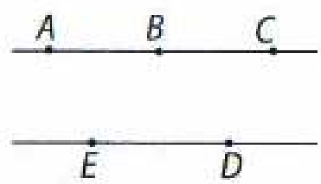
2. (**МЛ46-1**) Осенчени део представља унију две области.



Како област II можемо представити као $B \setminus A$ (**8 поена**), а област I као $A \setminus (B \cup C)$ (**8 поена**), имамо да је осенчени део $(B \setminus A) \cup (A \setminus (B \cup C))$ (**4 поена**).

3. а) $\alpha = 2013' = 33° 33'$. $90° - 33° 33' = 56° 27'$ (**10 поена**).
б) $180° - 33° 33' = 146° 27'$ (**10 поена**).

4. (**МЛ45-1**) Дужи: *AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE* (за сваку дуж дати по **1 поен**). Троуглови: *ABE, ABD, BCE, BCD, ACE, ACD, EDA, EDB, EDC* (за сваки набројани троугао дати по **1 поен**. Ако су набројани сви **10 поена**).



5. а) Ако 6 малих коцки имају тачно по једну обојену страну онда се по једна таква мала коцка налази на свакој страни велике коцке, па је ивица велике коцке 3cm (**8 поена**). Површине велике коцке је $54 cm^2$ (**6 поена**).
б) Тачно једна мала коцка нема обојену ни једну страну (**6 поена**).

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 02.02.2013.

VI РАЗРЕД

1. Ако је $x = (-4) - (-3) + (-5)$ и $y = -1 - x$ израчунај колико је
$$|x - 1| - |y - 2|.$$

2. За које a и b је петоцифрени број $\overline{201a3b}$ дељив са 15 (цифре a и b су различите)?

3. Нека су a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 надовезани углови при чему је збир свака два суседна угла 40°. Њихове симетрале су редом s_1, s_2, s_3, s_4 и s_5. Израчунај $\measuredangle(s_3, s_4)$ и $\measuredangle(s_2, s_5)$.

4. Из скупа $A = \left\{\frac{2}{5}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{7}{8}, \frac{3}{4}\right\}$ изабери четири броја тако да њихов збир буде: а) најмањи; б) највећи могући.

5. На колико се начина број 2013 може записати као производ два цела броја?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VI РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ46-1**) $x = -6$ (**5 поена**), $y = 5$ (**5 поена**) $|x-1| - |y-2| = 4$ (**10 поена**).

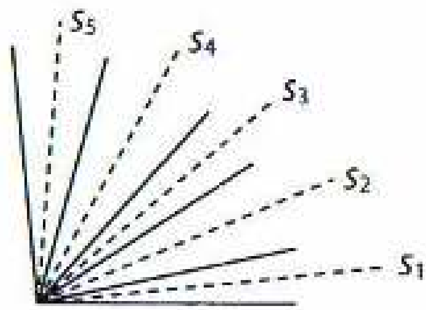
2. (**МЛ46-5**) Да би број био дељив са 15 мора бити дељив и са 3 и са 5. Како је дељив са 5, то је $b = 0$ (**4 поена**) или $b = 5$ (**4 поена**). Ако је $b = 0$, тада је $2 + 0 + 1 + a + 3 + 0 = 6 + a$, па је $a \in \{3, 6, 9\}$. Ако је $b = 5$, тада је $2 + 0 + 1 + a + 3 + 5 = 11 + a$, па је $a \in \{1, 4, 7\}$. Дакле, решења су: $(a, b) \in \{(3, 0), (6, 0), (9, 0), (1, 5), (4, 5), (7, 5)\}$ (за свако тачно решење по **2 поена**).

3. (**МЛ46-5**) $\measuredangle(s_3, s_4) = \frac{\alpha_3}{2} + \frac{\alpha_4}{2} = \frac{\alpha_3+\alpha_4}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$ (**7 поена**).

$$\measuredangle(s_2, s_5) = \frac{\alpha_2}{2} + \alpha_3 + \alpha_4 + \frac{\alpha_5}{2} = \frac{\alpha_2}{2} + \left(\frac{\alpha_3}{2} + \frac{\alpha_3}{2}\right) + \left(\frac{\alpha_4}{2} + \frac{\alpha_4}{2}\right) + \frac{\alpha_5}{2}$$

$$= \frac{\alpha_2+\alpha_3}{2} + \frac{\alpha_3+\alpha_4}{2} + \frac{\alpha_4+\alpha_5}{2} = 20^\circ + 20^\circ + 20^\circ = 60^\circ$$

(**13 поена**).



4. (**МЛ47-3**) а) Најмањи збир одређују три негативна разломка и најмањи од позитивних разломака. То су $\frac{2}{5}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, -\frac{7}{8}$ (**10 поена**).

б) Највећи збир одређују три позитивна разломка и највећи од негативних разломака. То су $\frac{2}{5}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{4}$ (**10 поена**).

5. $2013 = 1 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 61$, па је $2013 = 1 \cdot 2013 = (-1) \cdot (-2013) = 3 \cdot 671 = (-3) \cdot (-671) = 11 \cdot 183 = (-11) \cdot (-183) = 33 \cdot 61 = (-33) \cdot (-61)$.

(Сваки производ позитивних бројева бодовати са **3 поена**, а негативних са **2 поена**).

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

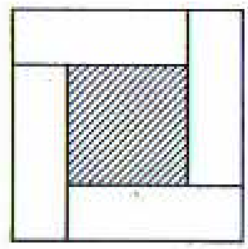
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
02.02.2013.

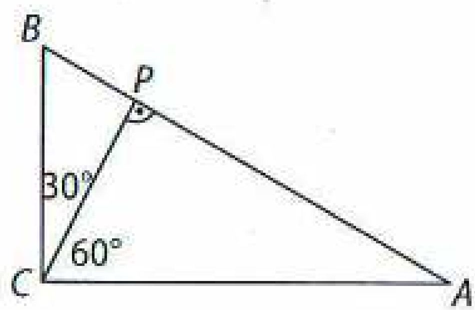
VII РАЗРЕД

1. Израчунај: $\sqrt{0,1}\cdot\sqrt{0,9}-\sqrt{2-0,56}+\dfrac{\sqrt{0,12}}{\sqrt{3}}$.

2. У скупу рационалних бројева реши следеће једначине $x^2-2,\overline{3}=1,\overline{6}$ и $0,\overline{6}y^2=1,5$ где ознака $\overline{a}$ значи да се цифра a бесконачно много пута понавља.

3. Четири подударна правоугаоника су постављена тако да формирају мањи и већи квадрат. Види слику! Сваки правоугаоник има површину 6cm^2 и краћу страницу $\sqrt{2}\text{cm}$. Израчунај површину мањег и површину већег квадрата.





4. Израчунај обим и површину троугла ABC (види слику) ако је $CA=10\text{cm}$.

5. Колико има 2013-цифрених бројева којима је збир цифара 2?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
VII РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључучу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. **(МЛ46-1)** $-\frac{7}{10}$ **(20 поена)**

2. **(МЛ47-1)** $2,\overline{3}=2\frac{1}{3}$ (**4 поена**), $0,\overline{6}=\frac{2}{3}$ (**4 поена**), $1,\overline{6}=1\frac{2}{3}$ (**4 поена**). Решења једначине $x^2-2,\overline{3}=1,\overline{6}$ су $x=2$ и $x=-2$, а једначине $0,\overline{6}y^2=1,5$ су $y=\frac{3}{2}$ и $y=-\frac{3}{2}$ (свако од 4 решење по **2 поена**).

3. Дужа страница једног правоугаоника је $3\sqrt{2}$cm јер је $\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$ (**5 поена**). Страница мањег квадрата је $2\sqrt{2}$cm, а већег $4\sqrt{2}$cm (**5 поена**), па су тражене површине, редом, $8cm^2$ и $32cm^2$ (**10 поена**).

4. **(МЛ45-1)** $CP=\frac{CA}{2}=5cm$ (**4 поена**). $AP^2=CA^2-CP^2$, $AP=5\sqrt{3}cm$ (**4 поена**). $BP=\frac{BC}{2}$, $BC^2=BP^2+CP^2$, $BP=\frac{5\sqrt{3}}{3}cm$, $BC=\frac{10\sqrt{3}}{3}cm$ (**4 поена**). Сада је $O=10\cdot(1+\sqrt{3})cm$ (**4 поена**), $P=\frac{50\sqrt{3}}{3}cm^2$ (**4 поена**).

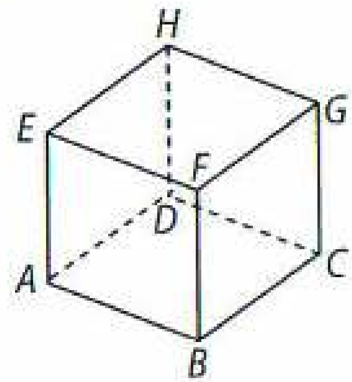
5. Цифре броја могу бити а) 2 и 2012 нула или б) 1, 1 и 2011 нула.
а) Само један број задовољава услов и то 200...00 (**5 поена**).
б) Цифра 1 мора бити на првом месту, а друга јединица може бити на било ком од преосталих 2012 места, па у овом случају има 2012 бројева (**15 поена**).
Дакле, укупно има 2013 бројева.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
02.02.2013.

VIII РАЗРЕД

1. У равни β налази се правоугли троугао ABC чије су катете $AC = 8$cm и $BC = 6$cm. У центру круга описаног око троугла ABC постављена је нормала на раван и на њој одређена тачка M која је од равни β на растојању од 4cm. Колико је растојање тачке M од темена троугла?

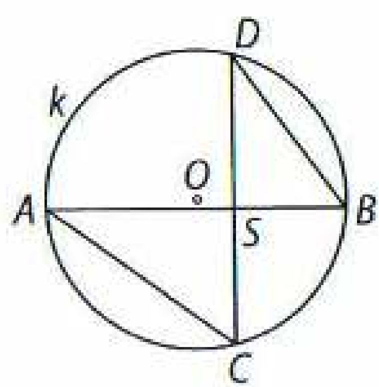
2. Које праве одређене теменима коцке на слици су:
а) паралелне равни ABD;
б) нормалне на раван ABD?



3. Пера је купио чоколаде за прављење поклон пакета и то: 15 чоколада од по 100g по цени 110 динара, 20 од 200g по 200 динара и 10 од 250g по 220 динара. Одреди средњу вредност цене једног килограма чоколаде (у динарима).

4. Одреди a тако да решења једначине $\dfrac{2a-y}{3}=1+y$ не буду мања од 2.

5. У кругу K, на слици, тетиве AB и CD су међусобно нормалне. Израчунај њихове дужине ако је $AC = 10$cm, $DB = 8$cm и $SC = 6$cm.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
VIII РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ45-1**) Дужина хипотенузе правоуглог троугла је 10cm (**2 поена**). Центар описаног круга O је на средини хипотенузе и његова удаљеност од темена је 5cm (**2 поена**). Правоугли троуглови AOM, BOM и COM су подударни (једнаке две катете) (**4 поена**) и важи $AM^2 = AO^2 + OM^2$, па је $AM = \sqrt{41}$ cm, тј. тражена удаљеност је од свих темена $\sqrt{41}$ cm (**12 поена**).

2. (**МЛ46-1**) а) AB, AC, AD, BC, BD, CD, EF, EG, EH, FG, FH, GH (свака по **1 поен**).
б) AE, BF, CG, DH (свака по **2 поена**).

3. (**МЛ45-5**) Укупна сума новца коју је Пера дао за чоколаде је $15 \cdot 110 + 20 \cdot 200 + 10 \cdot 220 = 7850$ (**7 поена**). Дакле, 7850 динара. Укупна маса свих чоколада које је купио је $15 \cdot 0{,}1\text{kg} + 20 \cdot 0{,}2\text{kg} + 10 \cdot 0{,}25\text{kg} = 8\text{kg}$ (**7 поена**). Означимо са x средњу вредност цене једног килограма чоколаде. Сада је $7850 = 8 \cdot x$, па је $x = 981{,}25$ динара (**6 поена**).

4. (**МЛ46-2**) $y = \dfrac{2a-3}{4}$ (**10 поена**), $\dfrac{2a-3}{4} \geq 2$ (**4 поена**), $a \geq \dfrac{11}{2}$ (**6 поена**). Ако је ученик у неједначини ставио строго веће бодовати са **18 поена**.

5. (**МЛ47-1**) Троуглови SCA и SBD су слични ($\measuredangle ASC = \measuredangle DSB$ као унакрсни и $\measuredangle ACS = \measuredangle DBS$ као периферијски над AD) (**10 поена**). Сада је $AC : DB = SC : SB$, па је $SB = 4{,}8$cm (**3 поена**). Такође је $AC : DB = AS : DS$, па је $DS = 6{,}4$cm (**3 поена**). Сада је $AB = AS + SB = 12{,}8$cm и $CD = CS + SD = 12{,}4$cm (**4 поена**).