

**УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ  
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ**



**ПРОГРАМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ И ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ**

## ПРОГРАМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

### АЛГЕБРА

Природни, цели, рационални, ирационални и комплексни бројеви. Основни закон аритметике и основне рачунске операције са бројевима (сабирање, множење, дељење, степеновање и кореновање).

Размера и пропорција, пропорционалност величина; примене (прост и сложен рачун, рачун поделе и мешања).

Полиноми и операције са њима. Делјивост полинома. Растављање полинома на чиниоце.

Важније неједнакости.

Операције са рационалним алгебарским изразима.

Линеарне операције са једном и више непознатих. Еквивалентност и решавање линеарних једначина са једном непознатом.

Линеарна функција и њен график.

Системи линеарних једначина, еквиваленција система, решавање.

Примена линеарних система и једначина на решавање различитих проблема.

Линеарне једначине са једном непознатом и њихово решавање.

Неједначина облика:  $(ax + b) \cdot (cx + d) < 0$

Графичка интерпретација система линеарних неједначина са две непознате.

Квадратна једначина са једном непознатом и њено решавање. Природа решења квадратне једначине (дискриминанта). Вијетове формуле.

Растављање квадратног тринома на линеарне чиниоце, примена.

Квадратна функција и њено испитивање (нуле, знак, ток, екстремна вредност, график).

Квадратне неједначине облика  $ax^2 + bx + c < 0$

Простије ирационалне једначине.

Системи од једне квадратне и једне линеарне једначине са две непознате (с графичком интерпретацијом и применама).

Експоненцијална функција и њено испитивање (појам, график, особине). Једноставније експоненцијалне једначине.

Логаритамска функција и њено испитивање (појам, график, особине). Основна правила логаритмовања. Антилогаритмовање. Примена логаритма за решавање разних задатака. Једноставније логаритамске једначине.

Математичка индукција.

Аритметички и геометријски низови (закон формирања, општи члан, збир првих  $n$  чланова низа). Примене.

Елементи комбинаторике (варијације, комбинације, пермутације).

### ГЕОМЕТРИЈА

Тачка, права и раван; односи припадања и распореда.

Међусобни положај две праве, две равни, праве и равни. Угао између праве и равни.

Подударност фигура, подударност троуглова, изометријска трансформација. Транслација, ротација, симетрија (осна, централна, раванска).

Примена изометријских трансформација у доказним и конструктивним задацима о троуглу, четвороуглу, многоуглу и кругу.

Размера дужи, пропорционалност дужи; Талесова теорема.

Хомотетија и сличност. Сличност троуглова; примена сличности код правоуглог троугла; Питагорина теорема.

Примена сличности у решавању конструктивних и других задатака.

Полиедар; правилан полиедар. Призма и пирамида, равни пресеци призме и пирамиде. Површина полиедра. Запремина полиедра (квадра, призме, пирамиде и зарубљене пирамиде).

Цилиндрична, конусна и обртна површ.

Прав ваљак, права купа, зарубљена права купа и њихове површине и запремине.

Сфера; сфера и раван. Површина сфере, сферне калоте и појаса. Запремина сфере.

### ТРИГОНОМЕТРИЈА

Тригонометријске функције оштрог угла; основне тригонометријске идентичности. Таблице вредности тригонометријских функција.

Уопштење појма угла (мерење угла, радијан).

Тригонометријске функције ма ког угла; вредности тригонометријских функција ма ког угла (свођење на први квадрант), периодичност.

Графици основних тригонометријских функција ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ ) и  $y = a \sin (bx + c)$  и  $y = a \cos (bx + c)$ .

Адиционе теореме. Трансформације тригонометријских израза (тригонометријске функције двоструких углова и полууглова, трансформације збира и разлике тригонометријских функција у производ и обрнуто.

Тригонометријске једначине и најједноставније неједначине.

Синусна и косинусна теорема; решавање троугла.

Примена тригонометрије у геометрији и физици.

### **АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА У РАВНИ**

Вектор, јединични вектор, сабирање и одузимање вектора, множење вектора скаларом, линеарна комбинација вектора, координате вектора. Разне примене вектора у геометрији.

Растојање две тачке. Подела дужи у датој размери. Површина троугла.

Права, разни облици једначине праве, угао између две праве, растојање тачке од праве.

Криве другог реда (кружница, елипса, хипербола и парабола); једначине, међусобни односи праве и кривих линија другог реда, услов додира, тангента. Заједничке особине кривих другог реда.

## ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА ИЗ МАТЕМАТИКЕ ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

У тексту су дати само задаци који су били на класификационим испитима почев од 1992. године.

### Јуни 1992.

#### 1. Задатак

Нека су  $x_1$  и  $x_2$  корени једначине  $x^2 + px + 2p^2 = 0$  ( $p \neq 0$ ). Не решавајући једначину израчунати  $x_1^4 + x_1^2 x_2^2 + x_2^4$ .

#### 2. Задатак

Решити систем једначина

$$xy(x+y) = 30$$

$$x^3 + y^3 = 35$$

#### 3. Задатак

Катете правоуглог троугла су  $a$  и  $b$ . Наћи дужину симетрале правоугла.

#### 4. Задатак

Основа праве призме је правоугли троугао са хипотенузом  $c$  и оштрим углом од  $60^\circ$ . Кроз хипотенузу доње основе и теме правоугла горње основе постављена је равна која са равни основе гради угао од  $45^\circ$ . Израчунати запремину тростране пирамиде коју равна одсеца од призме.

#### 5. Задатак

Доказати да је:

$$\operatorname{tg} \alpha + 2 \operatorname{tg} 2\alpha + 4 \operatorname{tg} 4\alpha + 8 \operatorname{tg} 8\alpha + 16 \operatorname{tg} 16\alpha = \operatorname{ctg} \alpha$$

#### 6. Задатак

Одредити једначину геометријског места средина тетива параболе  $y^2 = 3x$ , које заклапају са осом  $Ox$  угао од  $135^\circ$ .

### Септембар 1992.

#### 1. Задатак

Ако су  $x_1$  и  $x_2$  решења квадратне једначине

$$kx^2 + (k-4)x - (k-2) = 0,$$

одредити реалан параметар  $k$  тако да је  $x_1^2 + x_2^2 < 1$ .

#### 2. Задатак

Решити једначину:  $2^{3x} + 2 = 2^{2x+1} + 2x$ .

#### 3. Задатак

У једнакокраки трапез уписана је кружница. Тачка додира дели крак трапеза на дужи чије дужине су  $p$  и  $q$ . Израчунати површину трапеза.

#### 4. Задатак

Основне ивице правилне тростране зарубљене пирамиде су  $a$  и  $b$ . Бочна страна нагнута је према већој основи под углом од  $60^\circ$ . Израчунати запремину зарубљене пирамиде.

#### 5. Задатак

Решити једначину:  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 2x - \sin^2 x = 0$

#### 6. Задатак

Наћи једначину кружнице која пролази кроз тачку  $A(-3, -2)$  и додирује  $x$  осу у тачки  $B(3, 0)$ .

### Јуни 1993.

#### 1. Задатак

а) Израчунати:  $\left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2x-5}{x-1} \right) : \frac{10}{x-1}$

б) Решити неједначину:  $\frac{4}{x^2-4} + 1 < 0$

#### 2. Задатак

Решити једначину:  $\log_5(24 + 5^{1-x}) = x + 1$

### 3. Задатак

На полукружници пречника  $AB = 2R$  узета је тачка  $M$  чија је ортогонална пројекција на  $AB$  тачка  $N$ .

Одредити  $AN = X$  тако да буде  $AN^2 + 3MN^2 = \left(\frac{3R}{\sqrt{2}}\right)^2$

### 4. Задатак

Од полукруга полупречника  $r$  сачињен је омотач купе. Наћи запремину купе.

### 5. Задатак

Решити једначину:  $3 \sin 3x - \cos 6x = 1$

### 6. Задатак

Дате су праве  $p_1: 2x - 3y - 3 = 0$  и  $p_2: 2x + 3y - 9 = 0$ .

а) Израчунати површину троугла који одређује праве  $p_1$  и  $p_2$  и  $y$ -оса.

б) Написати једначину праве  $p$  која пролази кроз пресек правих  $p_1$  и  $p_2$  и нормална је на правој  $p_1$ .

## Јуни 1994.

### 1. Задатак

Израчунати вредности израза

$$\left\{ \left[ 3^{-1} : \left( \frac{1}{9} \right)^{-2} \right] \cdot 27 \right\}^{0,5}$$
$$\left( \frac{a^{3/2} + b^{3/2}}{a^{1/2} + b^{1/2}} + (ab)^{1/2} \right) : (a + b)^{-1}$$

### 2. Задатак

а) Решити једначину:  $\log_6(3x - x + 6) > x - x \log_6 2$

б) Четири броја чине геометријски низ. Њихови логаритми узети за основу 2 чине аритметички низ чија је разлика 2, а збир 16. Одредити та четири броја.

### 2. Задатак

У троуглу  $ABC$  је  $\alpha - \beta = 2\gamma$

а) Доказати да је угао  $\alpha$  туп

б) Иза  $A$  у односу на дата је тачка  $E$ , таква да је  $EC = AC$ . Доказати да је права  $CA$  симетрала угла  $ECB$ .

### 4. Задатак

Ромб  $ABCD$  странице  $a$  ротира прво око странице  $AB$ , а затим око дијагонале  $AC$ . Нека су  $V_1$  и  $V_2$  запремине тако добијених тела. Израчунати оштар угао ромба ако је  $V_1 : V_2 = 9 : 3^{1/2}$ .

### 5. Задатак

За које вредности параметра  $a$  права  $y = -2x + a$  сече круг

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 9 = 0$$

## Јули 1995.

### 1. Задатак

Израчунати вредност израза:

а)  $\left\{ \left[ 3^{-1} : \left( \frac{1}{3} \right)^{-4} \right] \cdot 9 \right\}^{\frac{1}{3}}$  ;

б)  $\left( \frac{2}{\sqrt{2}-1} - \frac{3}{\sqrt{2}-2} + \frac{7}{\sqrt{2}-3} \right) \cdot (4 + 5\sqrt{2})^{-1}$ .

## 2. Задатак

Решити неједначину  $\log_3(2x-1) + \log_3(x-1)^{-1} > 1$ .

## 3. Задатак

Израчунати површину трапеца ако је већа основица  $a = 10$  cm, углови на њој  $60^\circ$  и  $45^\circ$ , а висина  $h = 3$  cm.

## 4. Задатак

Полупречници основа праве зарубљене купе и њена изводница односе се као  $1 : 4 : 5$ , а висина је једнака  $12$  cm. Одредити површину омотача.

## 5. Задатак

Решити једначину :  $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## 6. Задатак

Написати једначину тетиве круга  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$  која пролази кроз тачку  $M(-2, 1)$  и коју ова тачка полови.

### Септембар 1995.

## 1. Задатак

Одредити  $p$  и  $q$  тако да су корени једначине:  $x^2 + px + q = 0$  једнаки  $p$  и  $q$ .

## 2. Задатак

Решити једначину:  $5^{2x-3} = 2 \cdot 5^{x-2} + 3$ .

## 3. Задатак

Тетива одсеца лук од  $90^\circ$  и кружни одсечак површине  $(2\pi - 4)$  cm<sup>2</sup>. Израчунати дужину тетиве.

## 4. Задатак

Израчунати висину правилног тетраедра у функцији запремине  $V$ .

## 5. Задатак

Израчунати  $\sin 2\alpha$ , ако је  $2\operatorname{tg}^2\alpha - 7\operatorname{tg}\alpha + 3 = 0$ , а угао  $\alpha$  задовољава услов:  $\pi < \alpha < 5\pi/4$ .

## 6. Задатак

У једначини  $3x + py - 12 = 0$  одредити параметар  $p$ , тако да одсечак праве између координатних оса износи  $5$ .

### Јули 1996.

## 1. Задатак

Израчунати  $\left( \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{20} + \sqrt{8}} \right) \cdot \frac{1}{3\sqrt{2}}$ .

## 2. Задатак

Решити једначину  $\log_5(4 + 5^{-x}) = 1 + x$ .

## 3. Задатак

Страница  $AB$  паралелограма  $ABCD$  два пута је већа од странице  $BC$ . Ако је тачка  $M$  средиште странице  $AB$ , доказати да је  $CM \perp DM$ .

#### 4. Задатак

У правилну четворострану пирамиду основне ивице  $a$  и бочне ивице  $\frac{11}{12}a$  уписана је коцка, тако да темена горње основе припадају бочним ивицама пирамиде. Израчунати ивицу коцке.

#### 5. Задатак

а) Израчунати  $\sin 3x$  као функцију од  $\sin x$ .

б) Решити једначину  $\sin 3x - 2 \sin x = 0$ .

#### 6. Задатак

Тачка  $A(2, -5)$  је теме квадрата чија једна страница лежи на правој  $x - 2y - 7 = 0$ . Написати једначине страница  $AB$  и  $AD$  квадрата и израчунати његову површину.

### Септембар 1996.

#### 1. Задатак

У зависности од реалног параметра  $k$  одредити природу решења квадратне једначине  $(k - 2)x^2 + (k - 5)x + 1 = 0$ .

#### 2. Задатак

Решити једначину  $2\log_3 x + 3\log_x 3 = 7$ .

#### 3. Задатак

Израчунати висину једнакокраког трапеза чије су дијагонале нормалне а површина износи  $12 \text{ cm}^2$ .

#### 4. Задатак

Дужина изводнице праве купе једнака је  $l$  и она образује са равни основе угао од  $30^\circ$ . Наћи запремину купе.

#### 5. Задатак

Решити једначину  $\sqrt{2}(\sin x + \cos x)^2 = (2 + \sqrt{2})\sin 2x$ .

#### 6. Задатак

Одредити једначине тангената параболе  $y^2 = 9x$  у пресечним тачкама са правом  $3x - y - 6 = 0$ .

### Јули 1997.

#### 1. Задатак

а) Доказати једначину  $\frac{(2 + \sqrt{3})^2 - 1}{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3}$

б) Без примене рачунских помагала доказати неједнакост

$$\frac{1}{\log_2 7} + \frac{1}{\log_{25} 7} > 2$$

#### 2. Задатак

Решити неједначину:  $3^x + 3^{-x+1} - 4 < 0$

#### 3. Задатак

Израчунати унутрашњи угао и површину правилног многоугла, чији је број дијагонала 54, а полупречник описаног круга  $R=5$  см.

#### 4. Задатак

Основа пирамиде је једнакокраки трапез чије су основице дужине 5 и 3 см, а дужина крака је 7 см. Висина пирамиде садржи пресек дијагонала основе, а дужа бочна ивица је нагнута према равни основе под углом од  $60^\circ$ . Израчунати запремину пирамиде.

#### 5. Задатак

Решити једначину:  $\sin \frac{x}{2} = \cos x$

#### 6. Задатак

Написати једначину кружнице која додирује  $y$ -осу у тачки  $A(0,5)$  и додирује кружницу

$$x^2 + y^2 - 24x + 2y + 109 = 0$$

### Јули 1998.

#### 1. Задатак

а) Израчунати

$$\sqrt{5} \left( \sqrt{\frac{5}{4} - \sqrt{\frac{4}{5}}} \right)$$

б) Прва три члана геометријске прогресије су  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[6]{3}$ . Израчунати четврти члан.

#### 2. Задатак

Израчунати  $x$ , ако је

$$\log_{b^2} x + \log_{x^2} b = 1, (b > 1, b \neq 1, x \neq 1)$$

#### 3. Задатак

Центар  $O$  кружнице полупречника 8 см лежи на хипотенузи  $AB$  правоуглог тругла  $ABC$  чије катете додирују ту кружницу. Ако је  $OA = 10$  см, израчунати површину тругла.

#### 4. Задатак

Површина правилне тростране пирамиде је  $648\sqrt{3}$   $\text{cm}^2$ . Ако је дужина висине пирамиде једнака двострукој дужини основне ивице, израчунати дужину основне ивице.

#### 5. Задатак

Ако је  $\cos 2x = t$  израчунати  $\sin^6 x + \cos^6 x$

#### 6. Задатак

Дате су тачке  $A(0,-10)$  и  $B(10,0)$  и елипса  $x^2 + 2y^2 = 54$ . Одредити тачку  $C(x_0, y_0)$  елипсе за коју  $\triangle ABC$  има најмању површину.

### Септембар 1998

#### 1. Задатак

Израчунати вредност израза

$$\frac{x^3 + y^3}{x + y} : (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x + y} - \frac{xy}{x^2 - y^2} \quad (|x| \neq |y|)$$

#### 2. Задатак

Дате су функције  $y = \log_2(x + 14)$  и  $y = 6 - \log_2(x + 2)$



Одредити пресечну тачку њихових графика.

### 3. Задатак

Страница ромба је  $a = 9$  cm, збир дијагонала  $d_1 + d_2 = 24$  cm. Израчунати површину ромба.

### 4. Задатак

Бочне ивице пирамиде имају дужину 5 cm. Основа пирамиде је правоугли троугао, чије се катете односе као 3:4, а дужина хипотенузе је 8 cm. Израчунати запремину пирамиде.

### 5. Задатак

Ако је  $\alpha = 3$  израчунати

$$\frac{2 \sin 2\alpha - 3 \cos 2\alpha}{4 \sin 2\alpha + 5 \cos 2\alpha}$$

### 6. Задатак

Одредити једначину кружнице са центром у тачки  $C(3, -1)$ , која на правој  $2x - 5y + 18 = 0$  одсеца тетиву дужине 6.

## Јул 2000.

### 1. Задатак

Ако су  $x_1$  и  $x_2$  решења квадратне једначине

$$x^2 + (1 - 3m)x + m^2 + 1 = 0$$

одредити реалан параметар  $m$  тако да је  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geq 1$

### 2. Задатак

Решити једначину

$$\log_4(4^x - 1) \log_4(4^{x+1} - 4) = 6.$$

### 3. Задатак

Наћи површину троугла и његов угао  $\alpha$  ако су његове странице  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = \sqrt{3}$ .

### 4. Задатак

Одредити све углове  $x \in \mathbb{R}$  за које је

$$(\sin 3x + \cos 3x)^2 = -\sin 6x$$

### 5. Задатак

Полупречници основа и бочне ивице праве зарубљене купе налазе се у односу 11 : 3 : 17.

Ако је њена запремина једнака  $815\pi \text{ cm}^3$ , наћи површину купе.

### 6. Задатак

Наћи тачку која је симетрична са тачком  $M(3, 2)$  у односу на праву  $2x - y + 6 = 0$

## Септембар 2001.

### 1. Задатак

Решити једначину

$$\frac{x^2 + 1}{n^2 x - 2n} - \frac{1}{2 - nx} = \frac{x}{n} \quad (n \in \mathbf{N})$$

## 2. Задатак

Решити једначину

$$4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0$$

## 3. Задатак

Решити једначину

$$\cos^2 x + 3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 1$$

## 1. Задатак

Дијагонале једнакокраког трапеза су узајамно нормалне. Израчунати његову површину ако је крак  $c = 2\sqrt{5}$  cm, а однос основица 3:1.

## 5. Задатак

Дата је површина зарубљене пирамиде чија је већа основа квадрат странице  $a = 6$  cm, висина  $H = 2$  cm, а бочна ивица пирамиде од које је она настала  $s = 3\sqrt{6}$  cm. Израчунати њену запремину.

## 6. Задатак

Тачка C (3, -1) је центар кружнице која на правој

$$2x - 5y + 18 = 0$$
 одсеца тетиву дужине 6. Наћи једначину ове кружнице.

## Јули 2002.

### 1. Задатак

У зависности од реалног параметра  $k$  одредити природу решења квадратне једначине:

$$(k - 2)x^2 + (k - 5)x + 1 = 0.$$

### 2. Задатак

Решити једначину:

$$2\log_3 x + 3\log_x 3 = 7.$$

### 3. Задатак

Решити једначину:

$$\sin 3x - 2 \sin x = 0.$$

### 4. Задатак

Израчунати површину трапеза ако је већа основица  $a=10$  cm, углови на њој  $60^\circ$  и  $45^\circ$  а висина  $h=3$  cm.

### 5. Задатак

Од полукруга полупречника  $r$  начињен је омотач праве купе. Наћи запремину такве купе.

### 6. Задатак

Написати једначину кружнице која додирује у осу у тачки A(0,5) и додирује криву:

$$x^2 + y^2 - 24x + 2y + 109 = 0.$$

## Септембар 2003.

### 1. Задатак

Дата је квадратна једначина:

$$x^2 + (m-4)x - m - 4 = 0$$

За које је вредности реалног параметра  $m$  збир квадрата корена дате једначине најмањи?

## 2. Задатак

Решити неједначину:

$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{4} > \log_3(3-x)$$

у скупу реалних бројева.

## 3. Задатак

Решити једначину:

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = 1$$

## 4. Задатак

Углови троугла  $ABC$  су  $\alpha = 45^\circ$  и  $\beta = 30^\circ$  а његов обим износи  $6 \cdot (3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ . Наћи странице и површину тог троугла.

## 5. Задатак

Наћи запремину правилне четворостране пирамиде, ако је позната њена бочна ивица и угао који она заклапа са основом пирамиде.

## 6. Задатак

Наћи једначину кружнице која пролази кроз координатни почетак и чији центар лежи на правој  $y=x$  на растојању  $a\sqrt{2}$  од координатног почетка.

## Јули 2004.

### 1. Задатак

Наћи све вредности реалног параметра  $m$  за које двострука неједнакост:

$$0 < \frac{x^2 + (m-3)x + 1}{2x^2 - 5x + 5} < 1$$

важи за свако реално  $x$ ?

### 2. Задатак

Решити једначину:

$$9^{\sqrt{x}} - 7 \cdot 3^{\sqrt{x}} - 18 = 0$$

### 3. Задатак

Доказати идентитет:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + x\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \frac{\sin 2x}{\sqrt{2}}.$$

### 4. Задатак

Ако су  $A'$  и  $C'$  тачке у којима круг одређен теменима  $A$ ,  $B$  и  $C$  паралелограма  $ABCD$  сече праве  $AD$  и  $CD$ , доказати да је испуњено  $A'B'A'D = A'C'A'C'$ .

### 5. Задатак

Бочне ивице пирамиде имају дужину  $5 \text{ cm}$ . Основа пирамиде је правоугли троугао, чије се катете односе као  $3:4$ , а дужина хипотенузе је  $8 \text{ cm}$ . Израчунати запремину пирамиде.

### 6. Задатак

Дата је права  $(p)$ : Наћи једначину скупа тачака  $B$  симетричних тачкама  $A$  са координатама  $(1, d)$ ,  $(d, C)$  у односу на праву  $(p)$ .

## Септембар 2004.

### 1. Задатак

У зависности од реалног параметра  $p$ , одредити природу решења квадратне једначине:  
 $(p-2)x^2 + (p-5)x + 1 = 0$ .

### 2. Задатак

а) Ако је  $\log_a x = p$ ,  $\log_b x = q$ ,  $\log_{abc} x = r$ , израчунати  $\log_c x$ .

б) Ако је  $\log_5 2 = a$ ,  $\log_5 3 = b$ , израчунати  $\log_{45} 100$ .

### 3. Задатак

Одредити сва решења једначине:

$$\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 1 + \sin 2x$$

### 4. Задатак

Израчунати површину трапеза ако је већа основица  $a = 10$  cm, углови на њој  $60^\circ$  и  $45^\circ$ , а висина  $h = 3$  cm.

### 5. Задатак

Над једнакостраничним троуглом странице  $a$  подигнуте су права призма и пирамида исте висине. Колика је та висина, ако су омотачи оба тела једнаких површина?

### 6. Задатак

Одредити једначину кружнице која има полупречник  $r = 5$ , садржи тачку  $M(8,7)$ , а на апсцисној оси одсеца тетиву дужине 6.

## Јул 2005.

### 1. Задатак

а) Дата је квадратна једначина:

$$x^2 + 2(p-1)x + 3 = 0$$

где је  $p$  реалан параметар. За које је вредности параметра  $p$  разлика корена дате једначине једнака 2?

б) Наћи скуп реалних бројева који задовољавају двоструку неједначину:

$$2 \leq |x - 1| \leq 5$$

### 2. Задатак

Решити једначину:

$$\sqrt{\log_2 x} - \log_2 8 - \log_2 x + 5 = 0.$$

### 3. Задатак

а) Показати како се могу наћи вредности:  $\sin \frac{\pi}{6}$ ,  $\cos \frac{\pi}{6}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$ , па помоћу нађених вредности наћи:

$$\sin \frac{\pi}{12}, \cos \frac{\pi}{12}, \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}.$$

б) Нека је  $\operatorname{tg} x = a$ . Израчунати  $\sin 2x$  и  $\cos 2x$ .

### 4. Задатак

Из тачке  $S$  ван кружнице повучене су тангента и сечица. Тангента додирује кружницу у тачки  $M$ , а сечица је сече у тачкама  $A$  и  $B$ . Дуж  $SM$  је за  $a$  већа од дужи  $AB$ , а за  $2a$  од дужи  $BS$ . Израчунати дужину дужи  $SM$ .

### 5. Задатак

Кроз основу ивицу правилне четворостране пирамиде, чија је површина омотача  $100 \text{ cm}^2$ , постављена је раван која је од супротне бочне стране одсеца троугао површине  $16 \text{ cm}^2$ . Израчунати површину омотача пирамиде која је датом равни одсечена од дате пирамиде?

### 6. Задатак

Израчунати растојање жижка хиперболе:

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{36} = 1$$

### Септембар 2005.

#### 1. Задатак

Дата је квадратна једначина:  $x^2 + mx - m + 1 = 0$ . Одредити за које вредности реалног параметра  $m$  је збир квадрата корена дате једначине минималан.

#### 2. Задатак

Решити једначину:  $4^{x-2} - 6^{*2x-2} + 8 = 0$ .

#### 3. Задатак

Решити тригонометријску једначину:  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ .

#### 4. Задатак

Паралелограм  $ABCD$  има страницу  $AB=4 \text{ cm}$ , површину  $P=16 \text{ cm}^2$  и угао  $\alpha=60^\circ$ . Израчунати његов обим.

#### 5. Задатак

Наћи полупречник описане сфере око правилног тетраедра чија је основна ивица једнака 1.

#### 6. Задатак

Наћи ортогоналну пројекцију тачке  $M(2,3)$  на правој  $x-y+2=0$ .

### Јул 2006.

#### 1. Задатак

а) Упростити израз:

$$2\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$$

б) У зависности од реалног параметра  $m$ , одредити природу решења квадратне једначине:

$$(m - 2)x^2 + (m - 5)x + 1 = 0.$$

#### 2. Задатак

Решити једначину:

$$\sqrt{\log_2 x} - \log_2 8x + 5 = 0.$$

#### 3. Задатак

а) Решити неједначину:

$$\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x > 1 + \operatorname{tg} x.$$

б) Решити једначину:

$$\sin 2x - \cos x = 0.$$

#### 4. Задатак

У оштроуглом троуглу дате су две странице  $a=15\text{cm}$ ,  $b=13\text{cm}$  и полупречник описане кружнице  $R=8.125\text{cm}$ . Израчунати дужину:

- треће странице  $c$  тог троугла,
- полупречника уписане кружнице тог троугла,
- висине која одговара страници  $c$ .

#### 5. Задатак

Осни пресек праве купе полупречника основе  $r$  је једнакостранични троугао. На ком растојању  $d$  од врха треба поставити раван паралелну основи купе, која полови њену запремину?

#### 6. Задатак

Написати једначину круга који додирује обе координатне осе и пролази кроз тачку  $P(-4,2)$

### Септембар 2006.

#### 1. Задатак

Решити неједначину:

$$\frac{x+1}{x-1} > \frac{1}{x+2}.$$

#### 2. Задатак

Решити једначину:

$$4^{x-2} + 17 \cdot 2^{x-4} = -1.$$

#### 3. Задатак

Наћи сва решења тригонометријске једначине:

$$\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

#### 4. Задатак

Нормала спуштена из једног темена правоугаоника на дијагоналу правоугаоника дели ту дијагоналу у односу 1:3. Ако је дужина мање странице једнака  $1\text{cm}$ , наћи дужину веће странице тог правоугаоника.

#### 5. Задатак

Бочне ивице тростране пирамиде су узајамно нормалне, а површине бочних страна једнаке су  $24\text{ cm}^2$ ,  $16\text{ cm}^2$  и  $12\text{ cm}^2$ . Одредити дужине свих ивица пирамиде, као и запремину те пирамиде.

#### 6. Задатак

Написати једначину кружнице чији је центар тачка  $S(2,2)$ , а која додирује кружницу  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$ .

Срећно!!!☺