

### 3. UČENIK UME DA ODREDI CENTRALNI I PERIFERIJSKI UGAO, RAČUNA POVRŠINU ISEČKA KAO I DUŽINU LUKA

Obim kruga je  $O = 2r\pi$

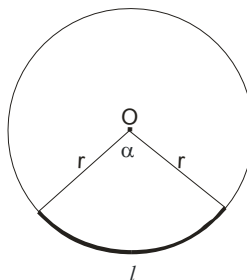
Površina kruga je  $P = r^2\pi$

#### Kružni luk

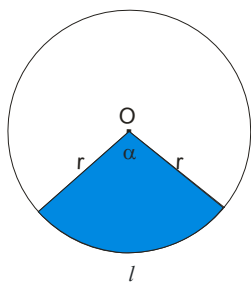
Dužina kružnog luka je:  $l = \frac{2r\pi}{360^\circ} \cdot \alpha$

odnosno, može i :  $l = \frac{O}{360^\circ} \cdot \alpha$

ili  $l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$



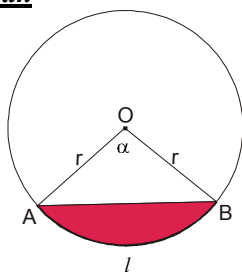
#### Kružni isečak



Površina kružnog isečka je

$$P_{ki} = \frac{r^2\pi\alpha}{360^\circ} \quad \text{ili} \quad P_{ki} = \frac{r \cdot l}{2} \quad \text{ili} \quad P_{ki} = \frac{P_{kruga} \cdot \alpha}{360^\circ}$$

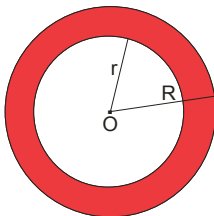
#### Kružni odsečak



Površina kružnog odsečka se dobija kad od površine kružnog isečka oduzmemo površinu trougla ABO.

$$P_{ods} = P_{ise} - P_{\Delta ABO}$$

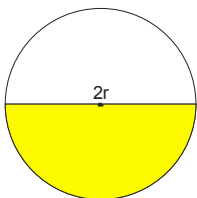
## Kružni prsten



$$P_{kp} = (R^2 - r^2)\pi$$

Površina kružnog prstena se računa kad od površine većeg kruga oduzmemo površinu manjeg kruga.

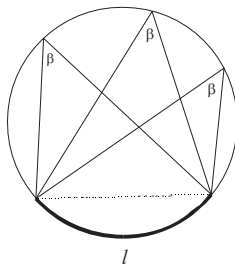
## Polukrug



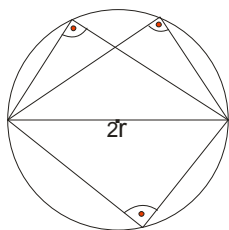
Površina polukruga se naravno dobija kad površinu kruga podelimo sa 2.  $P_{polukruga} = \frac{r^2\pi}{2}$

Pazite, obim polukruga je zbir polovine obima kruga i prečnika!  $O_{polukruga} = \frac{2r\pi}{2} + 2r = r\pi + 2r = r(\pi + 2)$

**Nad istim lukom , svi periferijski uglovi su jednaki:**

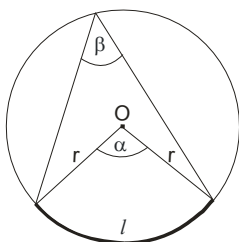


**Periferijski ugao nad prečnikom je prav:**



Nad istim lukom, centralni ugao ( $\alpha$ ) je dva puta veći od periferijskog ugla ( $\beta$ )

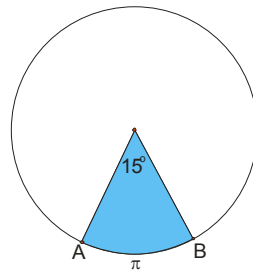
To jest:  $\alpha = 2\beta$



$$\alpha = 2\beta$$

**Primer 1.**

Dužina kružnog luka AB jednog kruga je  $\pi$  cm, a centralni ugao nad tim lukom  $15^\circ$ . Odredi obim kruga.

**Rešenje:**

$$l = \pi$$

$$\alpha = 15^\circ$$

$$O = ?$$

Znamo da se dužina kružnog luka računa:

$$l = \frac{2r\pi\alpha}{360^\circ} \text{ odnosno}$$

$$l = \frac{O \cdot \alpha}{360^\circ} \text{ zamenimo date podatke}$$

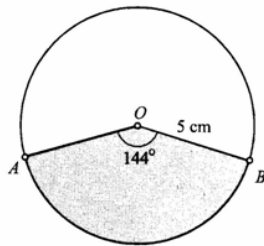
$$\pi = \frac{O \cdot 15^\circ}{360^\circ}$$

$$\pi = \frac{O}{24}$$

$$O = 24\pi \text{ cm}$$

**Primer 2.**

Izračunaj dužinu kružnog luka AB i površinu isečka sa slike:

**Rešenje:**

$$r = 5 \text{ cm}$$

Sa crteža možemo "pročitati" da je :  $\alpha = 144^\circ$

$$\pi \approx 3,14$$

pa je

$$l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$$

$$l = \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 144^\circ}{180^\circ}$$

$$l = 12,56 \text{ cm}$$

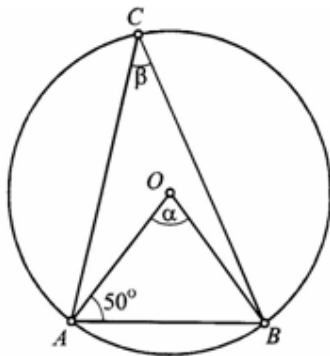
$$P = \frac{r \cdot l}{2}$$

$$P = \frac{5 \cdot 12,56}{2}$$

$$P = 31,4 \text{ cm}^2$$

### Primer 3.

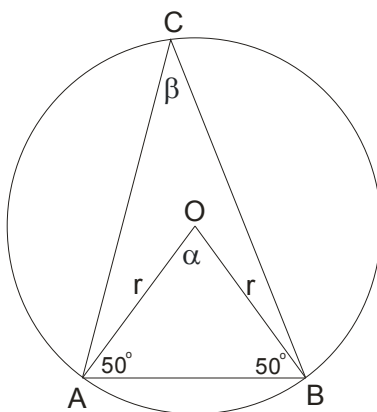
Izračunati nepoznate uglove sa slike:



### Rešenje:

Ako posmatramo trougao ABO, možemo zaključiti da je on jednakokraki, jer su mu dve stranice poluprečnici kruga!

Onda su uglovi OAB i OBA jednaki i iznose po 50 stepeni:  $\sphericalangle OAB = \sphericalangle OBA = 50^\circ$



Traženi centralni ugao alfa ćemo naći:

$$\alpha = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ)$$

$$\alpha = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\alpha = 80^\circ$$

Nad istim lukom centralni ugao je dva puta veći od periferijskog, dakle:

$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

$$\beta = \frac{80^\circ}{2}$$

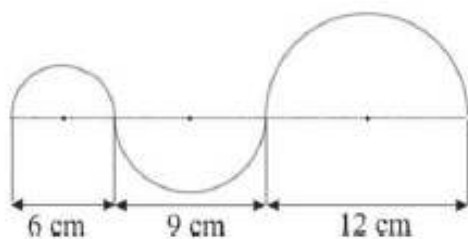
$$\beta = 40^\circ$$

Evo i nekoliko primera iz zbirke za pripremu male mature 2012. godine:

283. Израчунај дужину криве линије на слици.

Прикажи поступак.

Дужина криве линије је \_\_\_\_\_ cm.



**Rešenje:**

Iz čega se sastoji ova kriva linija?

Nju sačinjavaju TRI POLUOBIMA datih krugova čije prečnike možemo pročitati sa slike!

Za prvi polukrug je  $2r_1 = 6$

Za drugi polukrug je  $2r_2 = 9$

Za treći polukrug je  $2r_3 = 12$

$$O = \frac{O_1}{2} + \frac{O_2}{2} + \frac{O_3}{2}$$

$$O = \frac{2r_1\pi}{2} + \frac{2r_2\pi}{2} + \frac{2r_3\pi}{2}$$

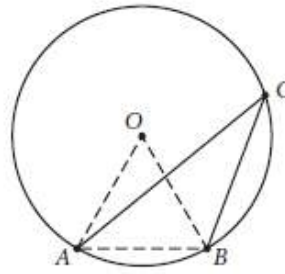
$$O = \frac{6\pi}{2} + \frac{9\pi}{2} + \frac{12\pi}{2}$$

$$O = \frac{27\pi}{2}$$

$$O = 13,5\pi \text{ cm}$$

**Dužina krive linije je  $13,5\pi \text{ cm}$ .**

284. Ако је дужина тетиве  $AB$  једнака полупречнику круга, израчунај меру угла  $ACB$ .  
Прикажи поступак.



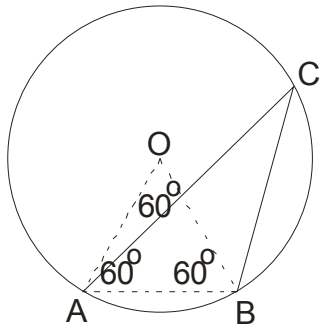
Мера угла  $ACB$  је \_\_\_\_\_.

**Rešenje:**

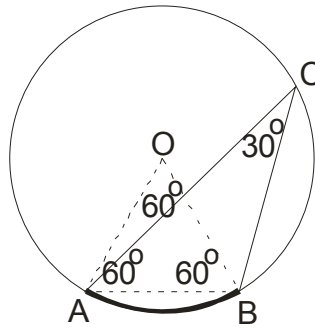
Pogledajte pripremni fajl KRUG.

Dužina tetive je jednaka poluprečniku, to nam govori da je trougao  $ABO$  jednakostraničan i da su mu svi uglovi od po

60 stepeni. ( slika 1.)



slika 1.



slika 2.

**Nad istim lukom, centralni ugao je dva puta veći od periferijskog!**

Pogledajmo luk  $AB$ . Njemu odgovara centralni ugao  $AOB$  od  $60^\circ$  i odgovara mu periferijski ugao  $ACB$ .

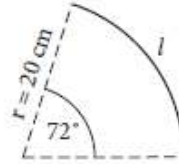
Pošto taj periferijski ugao mora biti duplo manji od centralnog koji je  $60^\circ$ .

**Dakle:**

**Mera ugla  $ACB$  je  $30^\circ$ . ( slika 2.)**

281. На слици је кружни лук датог полупречника и централног угла. Колика је дужина полупречника круга чији је обим једнак дужини тог лука  $l$ ?

Прикажи поступак.



Дужина полупречника тог круга је \_\_\_\_\_ cm.

**Rešenje:**

$$l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$$

$$l = \frac{20\pi \cdot 72^\circ}{180^\circ}$$

$$\boxed{l = 8\pi \text{ cm}}$$

sad tražimo poluprečnik kruga čiji je obim  $8\pi \text{ cm}$  :

$$O = 2r\pi$$

$$8\cancel{\pi} = 2r\cancel{\pi}$$

$$r = \frac{8}{2} \rightarrow \boxed{r = 4 \text{ cm}}$$

**Dužina poluprečnika tog kruga je 4cm.**

[www.matematiranje.in.rs](http://www.matematiranje.in.rs)