

2. UČENIK UME DA OPERIŠE SA STEPENIMA I ZNA ŠTA JE KVADRATNI KOREN

Da se najpre podsetimo pravila :

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$3) (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$4) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Sad ćemo uraditi nekoliko malo ozbiljnijih primera:

Primer 1.

$$\text{Izračunati: } \frac{(2^7 : 2^5) \cdot 2^3}{2^4 : 2^2}$$

Rešenje:

$$\frac{(2^7 : 2^5) \cdot 2^3}{2^4 : 2^2} = \frac{2^{7-5} \cdot 2^3}{2^{4-2}} = \frac{2^2 \cdot 2^3}{2^2} = \frac{2^{2+3}}{2^2} = \frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

Primer 2.

$$\text{Izračunati: } \frac{3^5 \cdot 9^3}{27^2 \cdot 3} =$$

$$\frac{3^5 \cdot 9^3}{27^2 \cdot 3} = \frac{3^5 \cdot (3^2)^3}{(3^3)^2 \cdot 3^1} = \frac{3^5 \cdot \cancel{3^6}}{\cancel{3^6} \cdot 3^1} = \frac{3^5}{3^1} = 3^{5-1} = 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Primer 3.

$$\text{Izračunati: } \frac{(x^4)^3 \cdot x^3 : x^5}{(x^5 : x^2)^3}$$

Rešenje:

$$\frac{(x^4)^3 \cdot x^3 : x^5}{(x^5 : x^2)^3} = \frac{x^{12} \cdot x^3 : x^5}{(x^{5-2})^3} = \frac{x^{12+3-5}}{(x^3)^3} = \frac{x^{10}}{x^9} = x^{10-9} = x^1 = x$$

Kvadratni koren nenegativnog broja a u oznaci \sqrt{a} jeste nenegativni realni broj čiji je kvadrat jednak broju a .

Najvažnija svojstva korenovanja su:

1. $(\sqrt{a})^2 = a \quad a \geq 0$
2. $\sqrt{a^2} = |a|$
3. $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
4. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Pre nego li vidimo par primera, naš savet vam je da sledeće vrednosti naučite napamet:

$11^2 = 121 \leftrightarrow \sqrt{121} = 11$	$16^2 = 256 \leftrightarrow \sqrt{256} = 16$	$21^2 = 441 \leftrightarrow \sqrt{441} = 21$	$26^2 = 676 \leftrightarrow \sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144 \leftrightarrow \sqrt{144} = 12$	$17^2 = 289 \leftrightarrow \sqrt{289} = 17$	$22^2 = 484 \leftrightarrow \sqrt{484} = 22$	$27^2 = 729 \leftrightarrow \sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169 \leftrightarrow \sqrt{169} = 13$	$18^2 = 324 \leftrightarrow \sqrt{324} = 18$	$23^2 = 529 \leftrightarrow \sqrt{529} = 23$	$28^2 = 784 \leftrightarrow \sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196 \leftrightarrow \sqrt{196} = 14$	$19^2 = 361 \leftrightarrow \sqrt{361} = 19$	$24^2 = 576 \leftrightarrow \sqrt{576} = 24$	$29^2 = 841 \leftrightarrow \sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225 \leftrightarrow \sqrt{225} = 15$	$20^2 = 400 \leftrightarrow \sqrt{400} = 20$	$25^2 = 625 \leftrightarrow \sqrt{625} = 25$	$30^2 = 900 \leftrightarrow \sqrt{900} = 30$

Našta treba ovde obratiti pažnju?

Kolika je vrednost ovog izraza $\sqrt{(-5)^2} = ?$

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5 \quad \text{ili recimo : } (\sqrt{-10})^2 = |-10| = 10$$

Kako ovde raditi $\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = ?$

Ovde je primamljivo : $\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{1} - \sqrt{\frac{9}{25}}$ ali **NE - ovo nije tačno!**

Zapamtite da uvek morate da “sredite” prvo izraz unutar korena!

$$\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{25-9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

U nekim situacijama ne možemo naći tačnu vrednost korena, recimo $\sqrt{8}, \sqrt{50}, \sqrt{108} \dots$

Ovde je ideja da potkoreni broj napišemo kao proizvod dva broja , ali tako da iz jednog od njih možemo naći celobrojni koren!

Primeri:

$$\sqrt{50} = ?$$

Ako probamo da je $50 = 10 \cdot 5$, to nam ne odgovara, jer nemamo koren ni iz 10 , ni iz 5...

Zato:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{108} = ?$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

Ako vam se desi da u rešenju nekog zadatka dobijete **koren u imeniocu** , morate izvršiti takozvanu **racionalizaciju**.

Primeri:

$$\frac{1}{\sqrt{7}} = ?$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = ?$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

Primer 4.

Izračunati vrednost izraza $\sqrt{1-\frac{9}{25}} + \sqrt{1+\frac{39}{25}}$

Rešenje:

Pazite, rekli smo da prvo mora da se sredi unutar korena....

$$\begin{aligned} & \sqrt{1-\frac{9}{25}} + \sqrt{1+\frac{39}{25}} = \\ & \sqrt{\frac{25-9}{25}} + \sqrt{\frac{25+39}{25}} = \\ & \sqrt{\frac{16}{25}} + \sqrt{\frac{64}{25}} = \\ & \frac{4}{5} + \frac{8}{5} = \frac{12}{5} = \boxed{2\frac{2}{5}} \end{aligned}$$

Primer 5.

Uprosti izraze:

A) $2\sqrt{2} + \sqrt{72} - 3\sqrt{8}$;

B) $-3\sqrt{(-2)^2} + (2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{5})^2$.

Rešenje:

A)

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{2} + \sqrt{72} - 3\sqrt{8} = \\ & 2\sqrt{2} + \sqrt{36 \cdot 2} - 3\sqrt{4 \cdot 2} = \\ & 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} = \\ & 2\sqrt{2} + \cancel{6\sqrt{2}} - \cancel{6\sqrt{2}} = \boxed{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} & -3\sqrt{(-2)^2} + (2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{5})^2 = \\ & -3\sqrt{4} + 2^2 \cdot \sqrt{3}^2 - 4^2 \cdot \sqrt{5}^2 = \\ & -3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 - 16 \cdot 5 = \\ & -6 + 12 - 80 = \boxed{-74} \end{aligned}$$