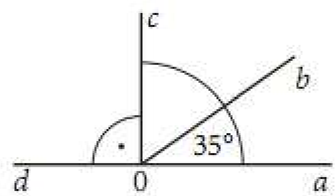
SREDNJI NIVO

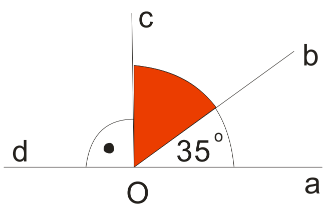
Geometrija

166. Израчунај меру угла bOc и меру угла bOd.

а) Мера угла bOc је ________.

б) Мера угла bOd је ________.



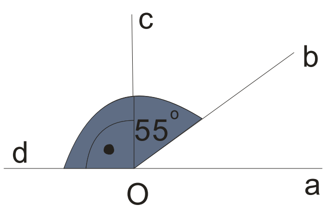


a)

Ugao $\measuredangle dOc = 90^0$ kao što vidimo na slici (oznaka za prav ugao je crna tačka)

Onda je i ugao $\measuredangle aOc = 90^0$ pa ugao bOc tražimo: $\measuredangle bOc = 90^0 - 35^0 \rightarrow \boxed{\measuredangle bOc = 55^0}$

b)



$\measuredangle bOd = 90^0 + 55^0 \rightarrow \boxed{\measuredangle bOd = 145^0}$

167. Која два угла су комплементна?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) 23° и 37°

б) 23° и 67°

в) 23° и 77°

г) 23° и 157°

Komplementni uglovi imaju zbir 90^0**.**

a) $23^0 + 37^0 = 60^0$ NETAČNO

v) $23^0 + 77^0 = 100^0$ NETAČNO

b) $23^0 + 67^0 = 90^0$ TAČNO

g) $23^0 + 157^0 = 180^0$ NETAČNO

Dakle, treba zaokružiti b) $23^0 + 67^0 = 90^0$

168. Заокружи слово испред тачног одговора.

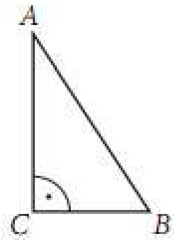
У правоуглом троуглу ABC на слици, унутрашњи углови код темена A и B су:

а) сумплементни

б) унакрсни

в) комплементни

г) упоредни

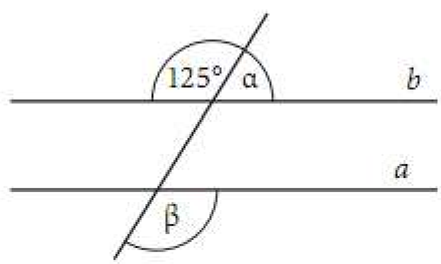


Zbir unutrašnjih uglova u svakom trouglu je 180^0**.**

Ugao kod temena C je prav , to jest ima 90^0. Znači ostaje da zbir preostala dva bude takodje 90^0, a malopre smo rekli da se takvi uglovi zovu **komplementni.**

Treba zaokružiti v) komplementni.

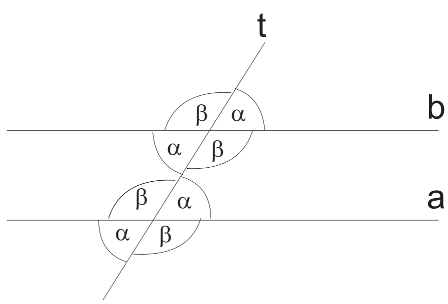
169. Праве a и b на цртежу су паралелне. Одреди мере углова α и β.



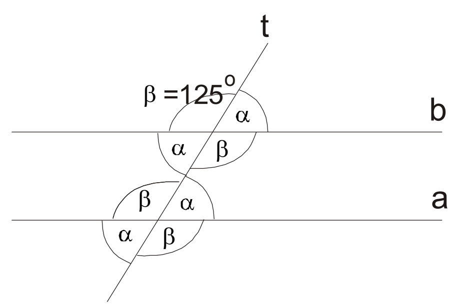
Da se podsetimo:

Prava koja seče dve paralelne prave, zove se **transverzala** . Ona na paralelnim pravama odseca uglove od kojih su po 4 jednaka. A zbir ta dva ugla je 180^0**.**

Pogledajmo sliku:

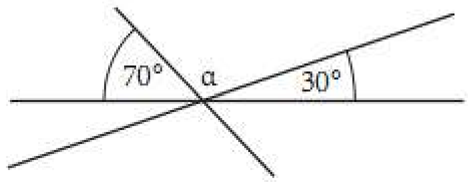


a na našoj slici je:



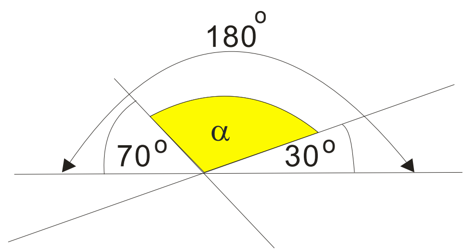
Dakle $\boxed{\beta = 125^0} \rightarrow \alpha = 180^0 - 125^0 \rightarrow \boxed{\alpha = 55^0}$

170. Одреди угао α на слици.



α = __________

Traženi ugao α sa ova dva data ugla pravi ugao od 180^0. Pogledajmo sliku:



Dakle:

$$\alpha = 180^0 - (70^0 + 30^0)$$
$$\alpha = 180^0 - 100^0$$
$$\boxed{\alpha = 80^0}$$

171. Који углови могу бити унутрашњи углови троугла?
Заокружи слово испред тачног одговора.

а) 50°, 50°, 50°

б) 60°, 60°, 40°

в) 40°, 70°, 70°

г) 80°, 80°, 40°

Još jednom: **Zbir unutrašnjih uglova u svakom trouglu je** 180^0**.**

a) 50+50+50=150 NETAČNO

b) 60+60+40=160 NETAČNO

v) 40+70+70=180 TAČNO

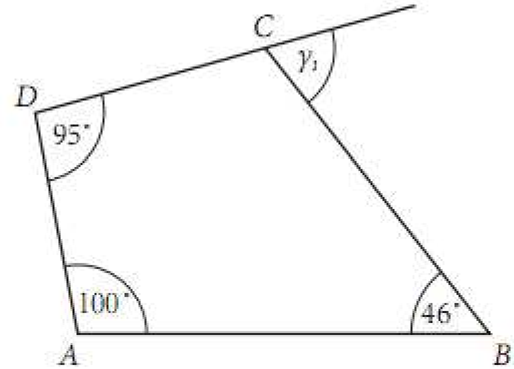
g) 80+80 + 40=200 NETAČNO

Dakle, tačan odgovor je pod v) $40^0, 70^0, 70^0$

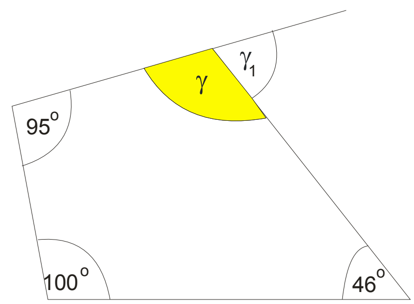
172. Колики је спољашњи угао γ_1 који одговара темену C четвороугла $ABCD$ на слици?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) 51°
б) 60°
в) 61°
г) 62°



Zbir unutrašnjih uglova u svakom četvorouglu je 360^0 **.**Prvo tražimo unutrašnji ugao γ .



$\gamma = 360^0 - (95^0 + 100^0 + 46^0)$
$\gamma = 360^0 - 241^0$
$\boxed{\gamma = 119^0}$

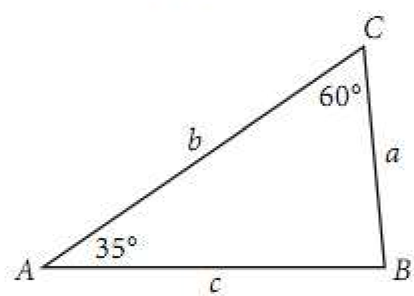
I dalje je lako:

$\gamma + \gamma_1 = 180^0$
$119^0 + \gamma_1 = 180^0$
$\gamma_1 = 180^0 - 119^0$
$\boxed{\gamma_1 = 61^0}$

173. Дужине страница троугла ABC на слици су a, b и c. Која неједнакост је тачна?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) $a < b < c$
б) $b < a < c$
в) $a < c < b$
г) $b < c < a$

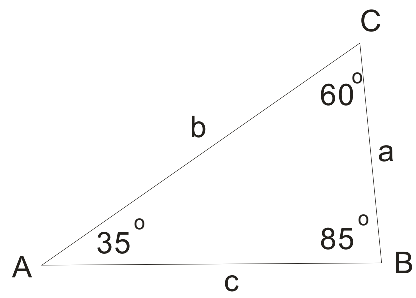


Pogledajte fajl iz pripreme "Trougao". U jednoj teoremi vezanoj za stranice trougla se kaže da se naspram najvećeg ugla nalazi najveća stranice i obrnuto.

Najpre ćemo naći vrednost nepoznatog ugla kod temena B.

$\measuredangle B = 180^0 - (60^0 + 35^0)$
$\measuredangle B = 180^0 - 95^0$
$\boxed{\measuredangle B = 85^0}$

Imamo:



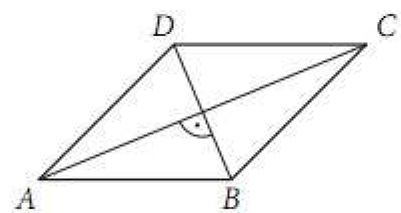
Najveći ugao je $\measuredangle B = 85^0$ pa je najduža stranica $\underline{b}$.

Zatim je $\measuredangle C = 60^0$, pa je srednja podužini stranica $\underline{c}$

Najmanji ugao je $\measuredangle A = 35^0$, pa je stranica $\underline{a}$ najkraća.

Znači da je tačan poredak $a < c < b$ koji je dat u ponudi pod v)

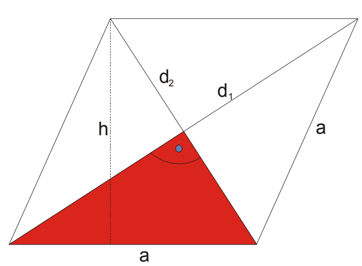
174. Дијагонале ромба су 10 cm и 24 cm.
Колики је обим тог ромба?



Обим ромба је _____ cm.

O rombu znamo (pogledaj pripremni fajl Pitagorina teorema)

<u>Romb</u>



O = 4a $\qquad$ P=$\dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ $\quad$ ili $\quad$ P = ah $\qquad$ $\left(\dfrac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{d_2}{2}\right)^2 = a^2$ $\quad$ poluprečnik upisane kružnice je $r_y = \dfrac{h}{2}$

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2$$

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2 + \left(\frac{24}{2}\right)^2 = a^2$$

$$(5)^2 + (12)^2 = a^2$$

$$25 + 144 = a^2$$

$$a^2 = 169 \to a = \sqrt{169} \to \boxed{a = 13cm}$$

Obim je :

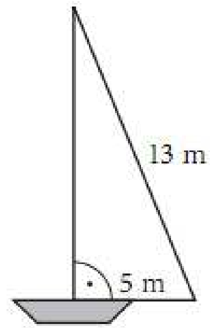
$$O = 4a$$

$$O = 4 \cdot 13$$

$$\boxed{O = 52cm}$$

175. Колика је површина једра на слици?

Прикажи поступак.



Површина једра је ________ m^2.

Jasno je da je jedro oblika pravouglog trougla kod koga znamo katetu *a= 5m* i hipotenuzu *c=13m.*

Najpre ćemo naći drugu katetu *b*, koja je ustvari visina tog jedra.

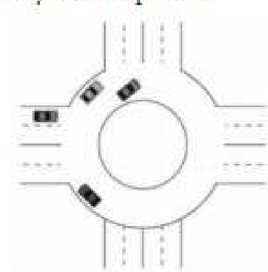
$$a^2+b^2=c^2$$
$$5^2+b^2=13^2$$
$$25+b^2=169$$
$$b^2=169-25$$
$$b^2=144$$
$$b=\sqrt{144}\rightarrow\boxed{b=12m}$$

Sad tražimo površinu trougla (jedra)

$$P=\frac{ab}{2}$$
$$P=\frac{5\cdot 12}{2}$$
$$\boxed{P=30m^2}$$

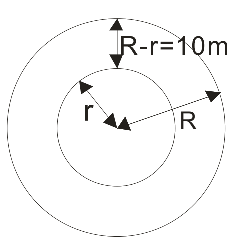
Površina jedra je $30m^2$.

176. На слици је дат један кружни ток. Површина коју заузима читав кружни ток је 1225π m^2, а ширина коловозне траке је 10 m. Колику површину заузима празан простор у средини кружног тока?



Површина празног простора у средини кружног тока је ____m^2.

Kružni tok ima oblik kružnog prstena. Data nam je cela ta površina (površina velikog kruga!)



$$P=R^2\pi$$
$$1225\cancel{\pi}=R^2\cancel{\pi}$$
$$R^2=1225$$
$$R=\sqrt{1225}\rightarrow\boxed{R=35m}$$

$$R-r=10$$
$$35-r=10\rightarrow\boxed{r=25m}$$

Površina manjeg kruga (ono što tražimo) je:

$$P=r^2\pi$$
$$P=25^2\pi\rightarrow\boxed{P=625\pi m^2}$$

Površina praznog prostora u sredini kružnog toka je $625\pi m^2$.

177. Обим круга је 16π cm. Колика је његова површина?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) $256\pi\ cm^2$

б) $64\pi\ cm^2$

в) $256\ cm^2$

г) $64\ cm^2$

$O = 2r\pi$

$16\cancel{\pi} = 2r\cancel{\pi}$

$16 = 2r$

$r = \frac{16}{2} \to \boxed{r = 8cm}$

$P = r^2\pi$

$P = 8^2\pi \to \boxed{P = 64\pi cm^2}$

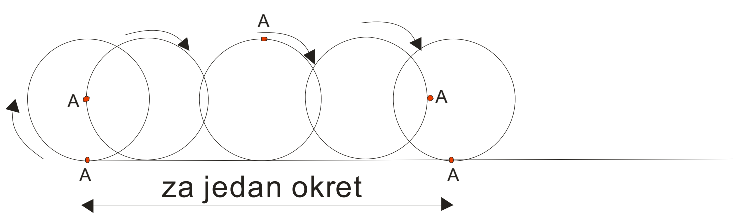
Treba zaokružiti g) $64\pi cm^2$

178. Пречник тракторског точка је 100 cm. Колики пут ће прећи трактор чији се точак окрене без клизања 7000 пута ($\pi \approx \frac{22}{7}$)?

Трактор ће прећи ____km.

Prečnik je 2r = 100cm , ajmo ovo odmah da prebacimo u metre! 2r = 1m (jer je 1m = 100cm).

Sad da postavimo problem:



Uočimo tačku A na krugu. Za jedan pun okret ona se vrati na početnu poziciju, a točak je prešao put koji je jednak jednom obimu kruga. Dakle**, ideja je: nadjemo obim kruga pa ga pomnožimo sa 7000 okretaja**!

Traženi put ćemo da obeležimo sa s (kao u fizici)

$O = 2r\pi$

$O = 1 \cdot \frac{22}{7}$

$\boxed{O = \frac{22}{7} m}$

Sad ovo pomnožimo sa 7000 , dobijamo

$s = 7000 \cdot O_{kruga}$

$s = 7000 \cdot \frac{22}{7}$

$s = 1000 \cdot 22$

$s = 22000m \to \boxed{s = 22km}$

Traktor će preći 22 km.

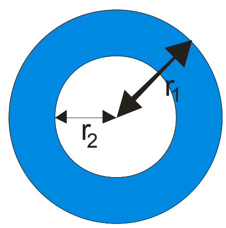
179. Обими концентричних кружница су $O_1 = 16\pi$ cm и $O_2 = 10\pi$ cm. Колика је површина одговарајућег кружног прстена?

Површина кружног прстена је ____ cm².

Iz obima kružnica ćemo naći dužine poluprečnika:

$$O_1 = 2r_1\pi \qquad\qquad O_2 = 2r_2\pi$$
$$16\cancel{\pi} = 2r_1\cancel{\pi} \qquad\qquad 10\cancel{\pi} = 2r_2\cancel{\pi}$$
$$2r_1 = 16 \qquad \text{i} \qquad 2r_2 = 10$$
$$r_1 = \frac{16}{2} \qquad\qquad r_2 = \frac{10}{2}$$
$$\boxed{r_1 = 8cm} \qquad\qquad \boxed{r_2 = 5cm}$$

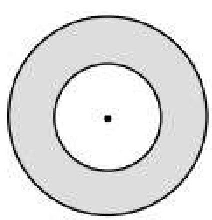
Površinu kružnog prstena tražimo kad od površine većeg kruga oduzmemo površinu manjeg kruga!



$$P_{kp} = r_1^2\pi - r_2^2\pi$$
$$P_{kp} = \left(r_1^2 - r_2^2\right)\pi$$
$$P_{kp} = \left(8^2 - 5^2\right)\pi$$
$$P_{kp} = \left(64 - 25\right)\pi$$
$$\boxed{P_{kp} = 39\pi cm^2}$$

Površina kružnog prstena je $39\pi cm^2$.

180. Површина мањег круга је 9π cm². Површина прстена је 16π cm².



Израчунај полупречник већег круга.

Полупречник већег круга је ____ cm.

Obeležimo poluprečnik većeg kruga sa *R*, a poluprečnik manjeg kruga sa *r*.

$$P_{kp} = R^2\pi - r^2\pi$$
$$16\pi = R^2\pi - 9\pi$$
$$R^2\pi = 16\pi + 9\pi$$
$$R^2\cancel{\pi} = 25\cancel{\pi} \rightarrow R^2 = 25 \rightarrow R = \sqrt{25} \rightarrow \boxed{R = 5cm}$$

Poluprečnik većeg kruga je 5cm.

181. Израчунај површину и запремину лопте полупречника 3 cm.

Da se podsetimo:

$P = 4r^2\pi$ je formula za površinu lopte

$V=\frac{4}{3}r^3\pi$ je formula za zapreminu lopte

***r* = 3 cm pa je :**

$$P = 4r^2\pi$$
$$P = 4\cdot 3^2\pi$$
$$P = 4\cdot 9\pi$$
$$\boxed{P = 36\pi cm^2}$$

i

$$V=\frac{4}{3}r^3\pi$$
$$V=\frac{4}{3}\cdot 3^3\pi$$
$$V=\frac{4}{\cancel{3}}\cdot \overset{1}{\cancel{3}}\cdot 3\cdot 3\pi$$
$$V=4\cdot 9\pi \rightarrow \boxed{V=36\pi cm^3}$$

182. Полупречник основе купе је 5 cm и висина купе је 9 cm. Полупречник основе друге купе је 10 cm и висина те купе је 3 cm. Ако је V_1 запремина прве купе и V_2 запремина друге купе, које тврђење је тачно?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) $V_1 < V_2$

б) $V_1 = V_2$

в) $V_1 > V_2$

Za prvu kupu

$r = 5cm$

$\underline{H = 9cm}$

$V_1 = ?$

$$V_1 = \frac{1}{3}r^2\pi H$$
$$V_1 = \frac{1}{\cancel{3}}\cdot 5^2\pi\cdot \overset{3}{\cancel{9}}$$
$$V_1 = 25\pi\cdot 3$$
$$\boxed{V_1 = 75\pi cm^3}$$

Za drugu kupu

$r = 10cm$

$\underline{H = 3cm}$

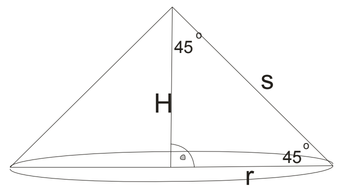
$V_2 = ?$

$$V_2 = \frac{1}{3}r^2\pi H$$
$$V_2 = \frac{1}{\cancel{3}}\cdot 10^2\pi\cdot \overset{1}{\cancel{3}}$$
$$V_2 = 100\pi\cdot 1$$
$$\boxed{V_2 = 100\pi cm^3}$$

Očigledno je veća zapremina druge kupe, pa treba zaokružiti a) $V_1 < V_2$

183. Висина купе $H = 6\sqrt{2}$ cm једнака је полупречнику основе.
Колика је запремина те купе?
Запремина купе је _______ cm^3.

Pogledajte pripremni fajl KUPA i podsetite se formulica!



$H = 6\sqrt{2}cm$

$r = H = 6\sqrt{2}cm$

$V = ?$

$V = \frac{1}{3} r^2 \pi H$

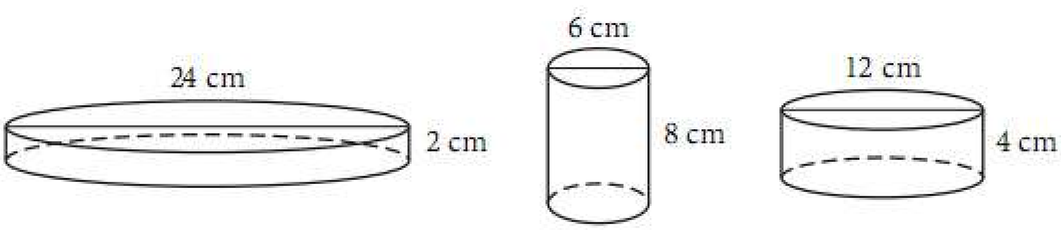
Zapremina kupe je $144\sqrt{2} \cdot \pi cm^3$.

$V = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \left(6\sqrt{2}\right)^2 \pi \cdot \overset{2}{\cancel{6}}\sqrt{2}$

$V = 36 \cdot 2\pi \cdot 2\sqrt{2}$

$\boxed{V = 144\sqrt{2} \cdot \pi cm^3}$

184. Који ваљак има највећу површину?



ваљак А ваљак Б ваљак В

Највећу површину има ваљак ____.

valjak A

$2r = 24cm \rightarrow r = 12cm$

$\underline{H = 2cm}$

$P = ?$

$P = 2r\pi(r+H)$

$P = 24\pi(12+2)$

$P = 24\pi \cdot 14$

$\boxed{P = 336\pi cm^2}$

valjak B

$2r = 6cm \rightarrow r = 3cm$

$\underline{H = 8cm}$

$P = ?$

$P = 2r\pi(r+H)$

$P = 6\pi(3+8)$

$P = 6\pi \cdot 11$

$\boxed{P = 66\pi cm^2}$

valjak V

$2r = 12cm \rightarrow r = 6cm$

$\underline{H = 4cm}$

$P = ?$

$P = 2r\pi(r+H)$

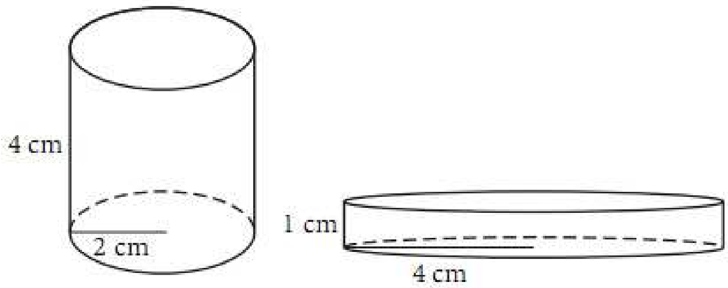
$P = 12\pi(6+4)$

$P = 12\pi \cdot 10$

$\boxed{P = 120\pi cm^2}$

Najveću površinu ima valjak A.

185. На слици 1 је ваљак чија је запремина V_1 и на слици 2 је ваљак чија је запремина V_2. Које тврђење је тачно?



Слика 1 Слика 2

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) $V_1 > V_2$

б) $V_1 < V_2$

в) $V_1 = V_2$

Za prvi valjak je

$r = 2cm$

$H = 4cm$

$V_1 = ?$

$V_1 = r^2 \pi H$

$V_1 = 2^2 \pi \cdot 4$

$V_1 = 4\pi \cdot 4$

$\boxed{V_1 = 16\pi cm^3}$

Za drugi valjak je

$r = 4cm$

$H = 1cm$

$V_2 = ?$

$V_2 = r^2 \pi \cdot H$

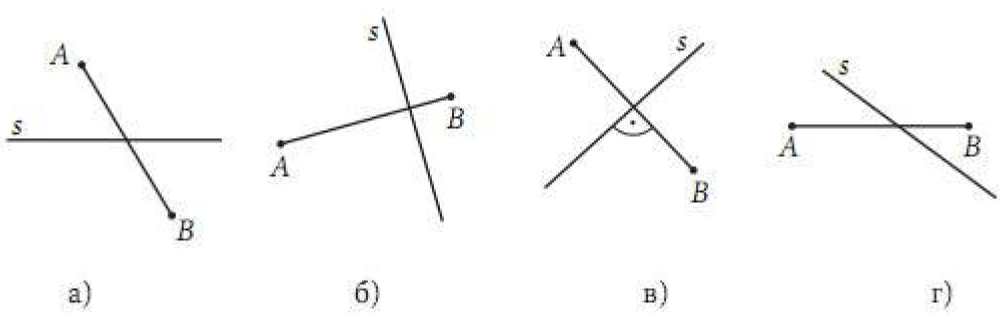
$V_2 = 4^2 \pi \cdot 1$

$V_2 = 16\pi \cdot 1$

$\boxed{V_2 = 16\pi cm^3}$

Zapremine su jednake, pa treba zaokružiti odgovor pod v).

186. На једној слици права s је симетрала дужи AB. Која је то слика?
Заокружи слово испод тачног одговора.



Simetrala duži je prava koja deli datu duž na dva jednaka dela i normalna je na duž.

Očigledno je ta situacija data na slici v) .

Dakle, treba zaokružiti odgovor pod v).

187. Које тврђење је тачно?

Заокружи слово испред тачног тврђења.

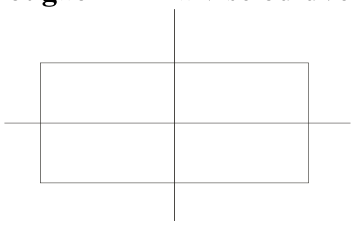
а) Сваки правоугаоник има више од две осе симетрије у равни.

б) Једнакокраки троугао нема осу симетрије у равни.

в) Круг има тачно четири осе симетрије у равни.

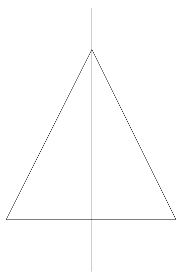
г) Квадрат има четири осе симетрије у равни.

a) Svaki pravougaonik ima više od dve ose simetrije u ravni.



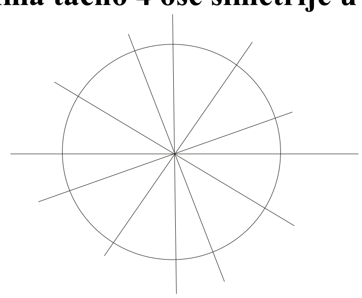
Pravougaonik ima dve ose simetrije , pa je tvrdjenje NETAČNO.

b) jednakokraki trougao nema osu simetrije u ravni



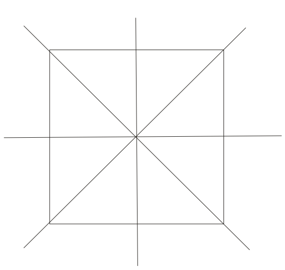
Jednakokraki trougao ima jednu osu simetrije u ravni, pa je tvrdjenje NETAČNO.

v) Krug ima tačno 4 ose simetrije u ravni



Svaka prava koja sadrži prečnik kruga je osa simetrije, pa ih krug ima beskonačno, tvrdjenje je NETAČNO.

g) **Kvadrat ima 4 osa simetrije u ravni**

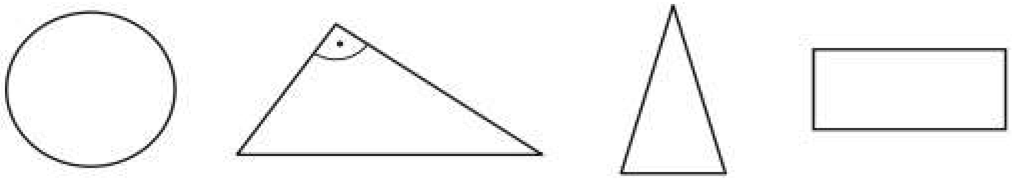


Vidimo da je ovo tvrdjenje TAČNO. Treba dakle zaokružiti g)

188. Заокружи слово изнад тачног одговора.

Која од фигура нема осу симетрије у равни?

а) б) в) г)

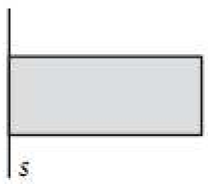


Osu simetrije nema pravougli trougao sa katetama različite dužine!

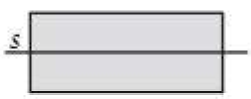
Odgovor je b)

189. Заокружи слово испред цртежа на којем је права *s* оса симетрије правоугаоника.

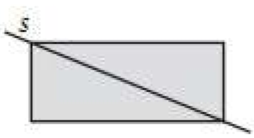
а)



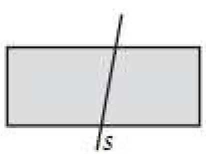
б)



в)

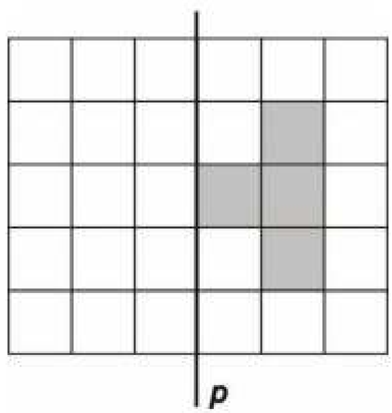


г)



Očigledno je to b).

190. Осенчи четири поља на слици тако да добијеш фигуру симетричну са датом фигуром у односу на праву p.



Jednostavno osenčimo kvadratiće sa leve strane: