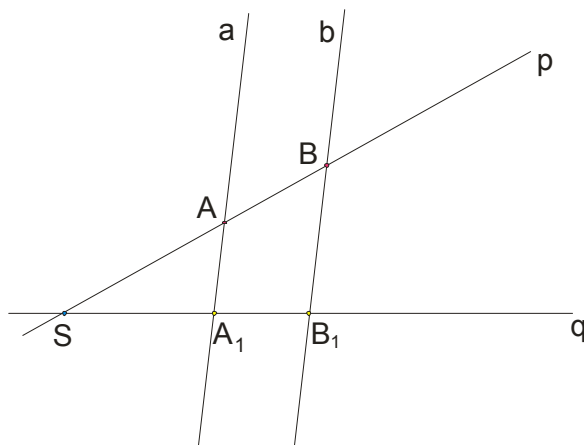


TALESOVA TEOREMA

Ako paralelne prave a i b presecaju pravu p u tačkama A i B , a pravu q u tačkama A_1 i B_1 , i ako je S zajednička tačka pravih p i q , tada važi:

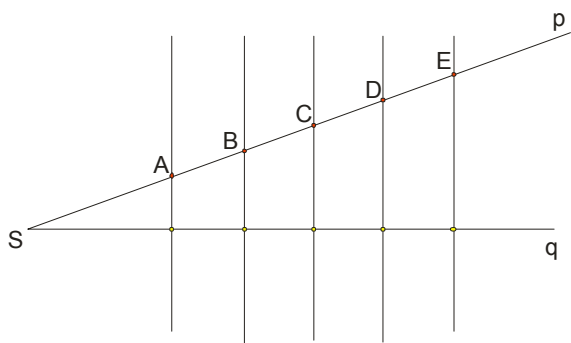
$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{SA}{SB} = \frac{SA_1}{SB_1}$$

Na slici bi to izgledalo ovako:

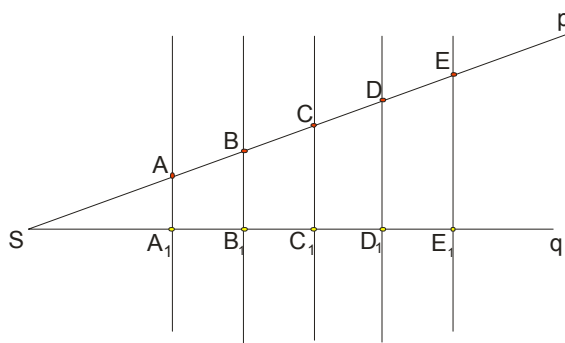


Na osnovu Talesove teoreme možemo izvući jedan važan zaključak:

Ako dve proizvoljne prave p i q preseca niz paralelnih pravih, tako da su odsecci na jednoj pravoj jednaki među sobom, onda su i odsecci na drugoj pravoj međusobno jednaki:



slika 1.




slika 2.

Na **slici 1.** imamo niz paralelnih pravih koje prave jednake odsečke na Sp , to jest $AB = BC = CD = DE$. Onda su i odsecci, po Talesovoj teoremi, na Sq takodje jednaki: $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1E_1$ (**slika 2.**)

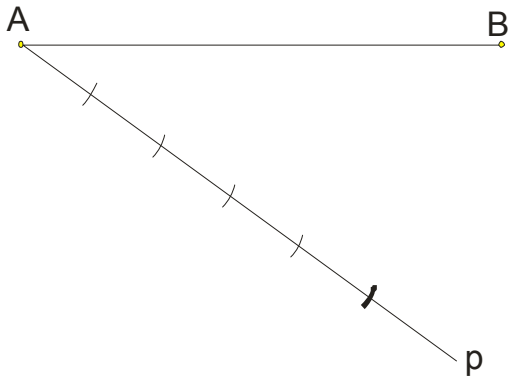
Ovaj zaključak se direktno primenjuje kod podele duži na jednake delove .

Primer 1. Datu duž AB podeliti na pet jednakih delova.

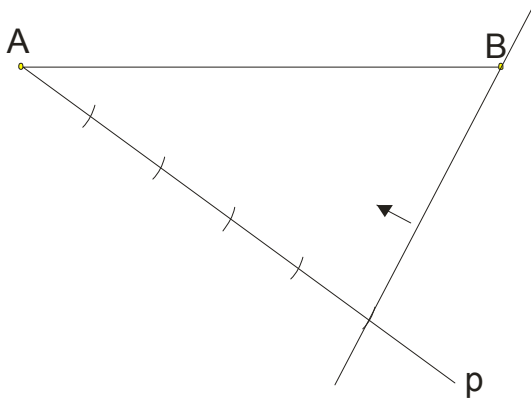
Rešenje

Uzmemo proizvoljnu duž AB : 

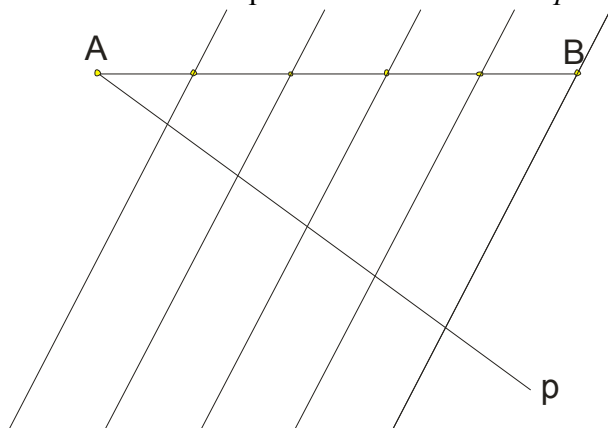
Iz tačke A naneseo polupravu Ap (na bilo koju stranu) i na njoj proizvoljnim otvorom šestara naneseo 5 jednakih duži.



Zadnju naneseu crtku (podebljana na slici) , spojimo sa tačkom B .



Paralelno sa ovom pravom kroz crtice na Ap nanosimo prave:



Ovim je data duž podeljena na 5 jednakih delova.

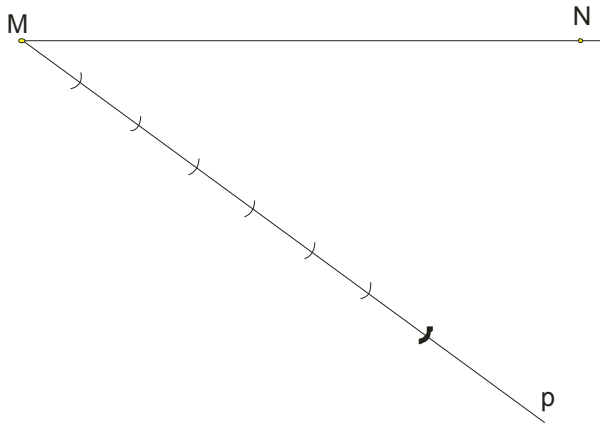
Sličan postupak bi bio i da smo duž trebali podeliti na više delova...

Primer 2. Datu duž MN podeliti u razmeri $5:2$.

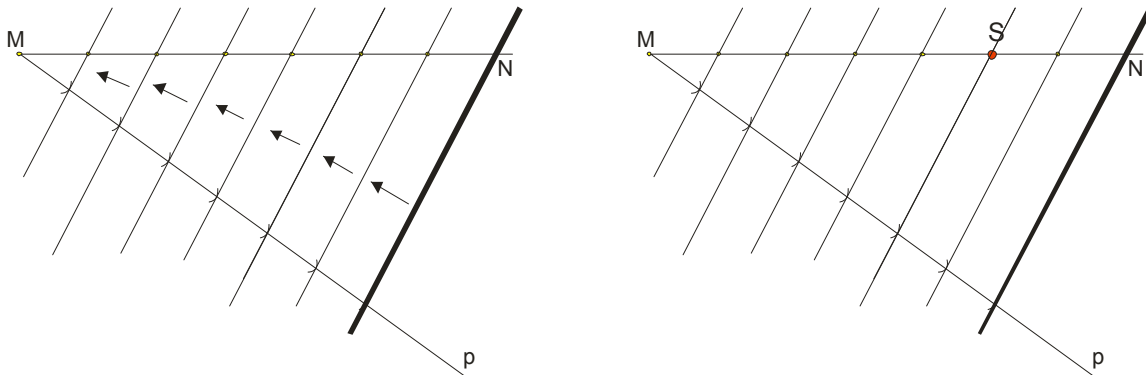
Rešenje

Kad nam traže da duž podelimo u nekoj razmeri, mi najpre saberemo sve delove: $5+2=7$. Dakle, kao da delimo duž na

7 jednakih delova:



Naneli smo polupravu Mp i na njoj proizvoljnim otvorom šestara naneli 7 jednakih duži. Spojićemo tačku N i zadnju crtku, a zatim idemo sa paralelnim pravama...



Dakle, podelili smo duž MN na 7 jednakih delova. Jednostavno prebrojimo 5 dela i tu stavimo tačku, recimo S .

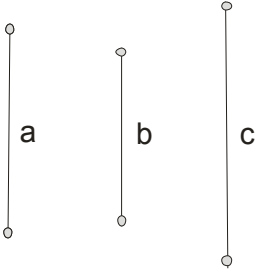
Sigurni smo da važi: $MS : SN = 5 : 2$

Primer 3. Date su proizvoljne duži a, b i c . Konstruisati duž x tako da važi: $a : b = c : x$

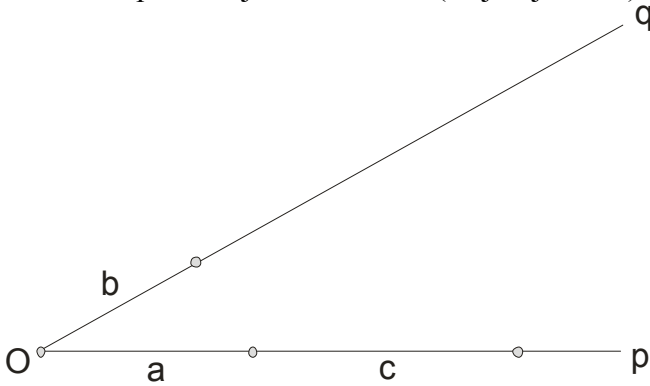
Rešenje

Kod ovakvih zadataka se direktno primenjuje Talesova teorema. Važno je da u proporciji x bude na zadnjem mestu, što je u ovom slučaju zadovoljeno (inače bi morali da pretumbamo proporciju i da napravimo da x bude na zadnjem mestu...)

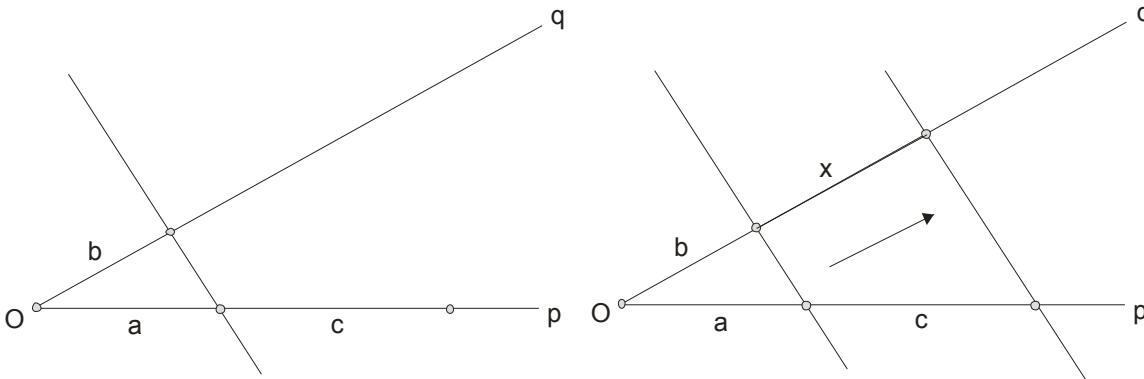
Uzmimo najpre tri proizvoljne duži:



Nacrtamo proizvoljan konveksan (najbolje oštar) ugao pOq i nanesimo redom:



Na Op nanesimo duž a , na Oq nanesimo duž b , pa na Op u produžetku nanesimo duž c . Na ovaj način mi ustvari pratimo zadatu razmeru: $a : b = c : x$. Spojimo tačke gde se završavaju duži a i b jednom pravom i povučemo paralelu sa njom iz tačke gde se završava duž c . **Dobili smo traženu duž x .**



Primer 4. Date su proizvoljne duži a i b . Konstruisati sledeće duži:

i) $x = a \cdot b$

ii) $x = \frac{a}{b}$

iii) $x = a^2$

Rešenje

i) $x = a \cdot b$

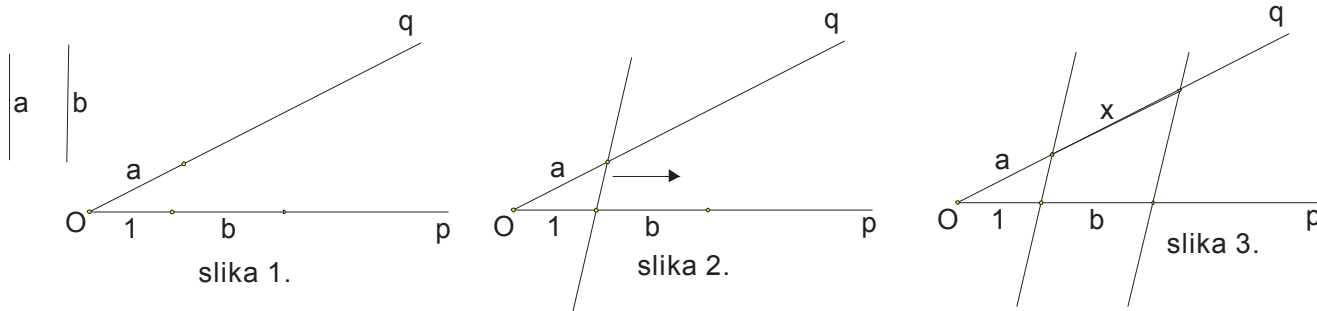
Odavde moramo da napravimo proporciju, ali tako da x bude na zadnjem mestu.

$x = a \cdot b$ kod x najpre dodamo 1

$1 \cdot x = a \cdot b$ x treba da je na zadnjem mestu, a to nam govori da je 1 na prvom

$1 : a = b : x$

Iskoristili smo dakle osobinu proporcije da se množe spoljašnji sa spoljašnjim a unutrašnji sa unutrašnjim članovima proporcije. Dalje radimo kao i u prethodnom primeru:



Uzmemo proizvoljne duži a i b . Nanesemo *jediničnu duž* (recimo 1 cm ili koliko vi odaberete...) na polupravu Oq zatim duž a na polupravu Oq i nakraju duž b na polupravu Op , tamo gde se završava jedinična duž.(**slika 1.**)

Spojimo završetke *jedinične duži* i duži a jednom pravom.(**slika 2.**)

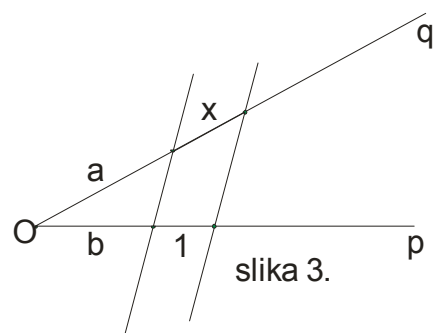
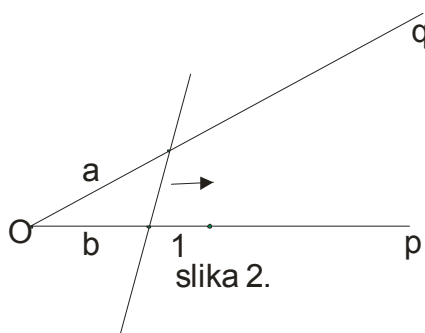
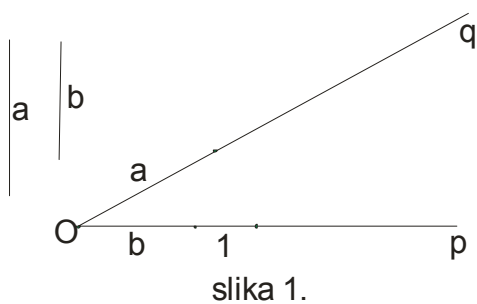
Povučemo paralelu sa ovom pravom ali tako da ona prolazi kroz završetak duži b . Na polupravi Oq smo dobili tu traženu duž x kojoj odgovara jednakost $x = a \cdot b$ (**slika 3.**)

ii) $x = \frac{a}{b}$

Da napravimo proporciju u kojoj je x na zadnjem mestu...

$$x = \frac{a}{b}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{a}{b} \rightarrow x \cdot b = 1 \cdot a \rightarrow \boxed{b : a = 1 : x}$$



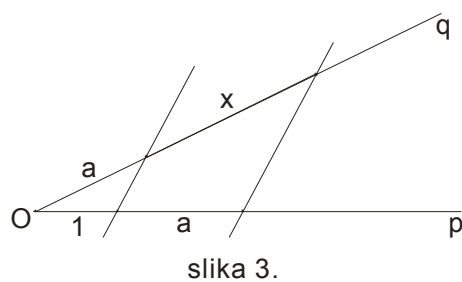
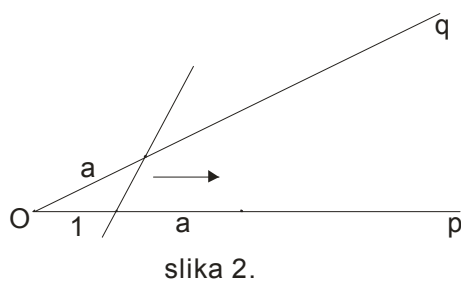
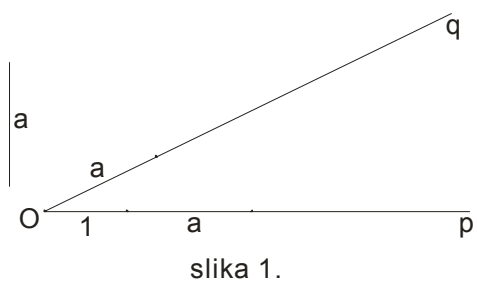
iii) $x = a^2$

Da napravimo proporciju u kojoj je x na zadnjem mestu...

$$x = a^2$$

$$1 \cdot x = a \cdot a$$

$$\boxed{1 : a = a : x}$$

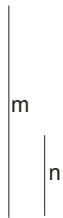


Primer 5.

Data je prava i na njoj tačke A i B . Odrediti tačku P koja duž AB deli u razmeri dveju datih duži m i n .

Rešenje

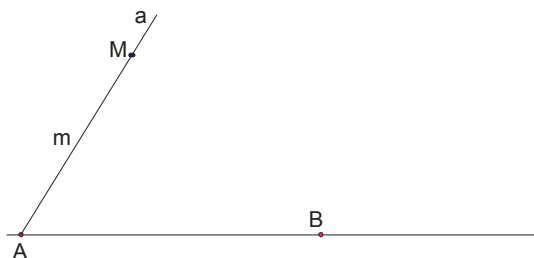
Izaberemo najpre proizvoljne duži m i n .



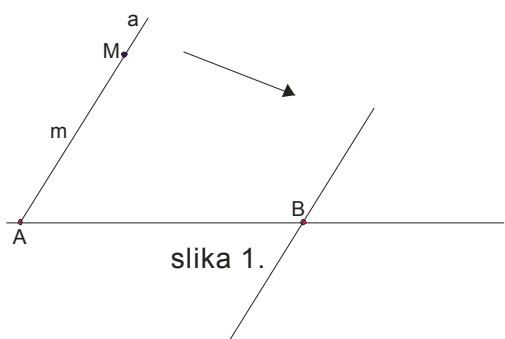
Dalje nacrtamo pravu sa tačkama A i B .



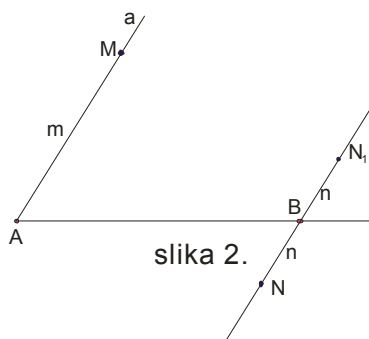
Nacrtamo proizvoljnu polupravu Aa i na nju naneseemo dužinu m .



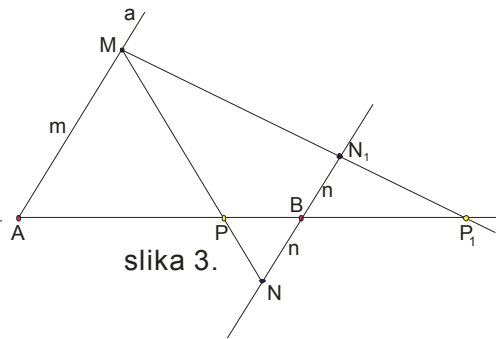
Dalje povučemo paralelu sa ovom polupravom kroz tačku B (slika 1.)



slika 1.



slika 2.



slika 3.

Na ovoj pravoj naneseemo dužine duži n (iz tačke B) na obe strane. Imamo dakle tačke N i N_1 . (slika 2.)

Spojimo tačke N i N_1 sa tačkom M i dobijamo mesta preseka sa pravom AB , to jest tačke P i P_1 .

Dakle dobili smo dva rešenja i oba su dobra, al se matematički kaže da tačka P deli duž AB **unutrašnjom**, a tačka P_1 **spoljašnjom** podelom u razmeri $m : n$.