

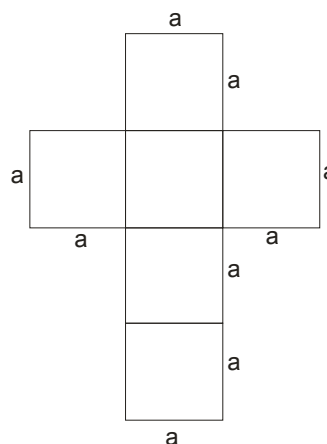
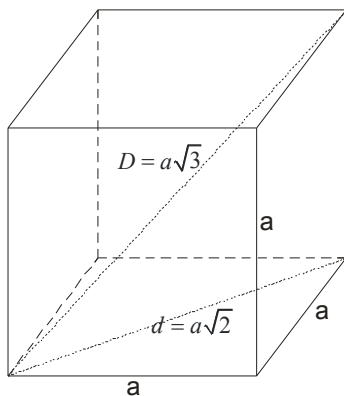
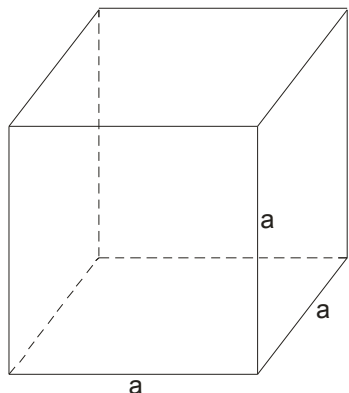
PRIZMA

Najpre da kažemo nešto o obeležavanjima i o tekstu zadatka:

- sa **a** obeležavamo dužinu osnovne ivice
- sa **H** obeležavamo dužinu visine prizme
- sa **B** obeležavamo površinu osnove (baze)
- sa **M** obeležavamo površinu omotača
- omotač se sastoji od **bočnih strana** , naravno trostrana prizma u omotaču ima 3 takve strane, četverostrana 4 itd. Bočne strane su pravougaonici, a površina jedne takve bočne strane je $P_{BS} = a \cdot H$
- sa **D** obeležavamo dužinu dijagonale prizme
- ako u tekstu zadatka kaže **jednakoivična** prizma, to nam govori da su osnovna ivica i visina jednake , to jest :
a = H
- ako u tekstu zadatka ima reč **prava** – to znači da je visina prizme normalna na ravan osnove ili ti , jednostavnije rečeno , prizma nije kriva
- ako u tekstu zadatka ima reč **pravilna** , to nam govori da je u osnovi (bazi) pravilan mnogougao: jednakostraničan trougao, kvadrat, itd.

Dve najpoznatije prizme su kocka i kvadar, pa vam predlažemo da najpre njih proučite:

KOCKA



mreža kocke

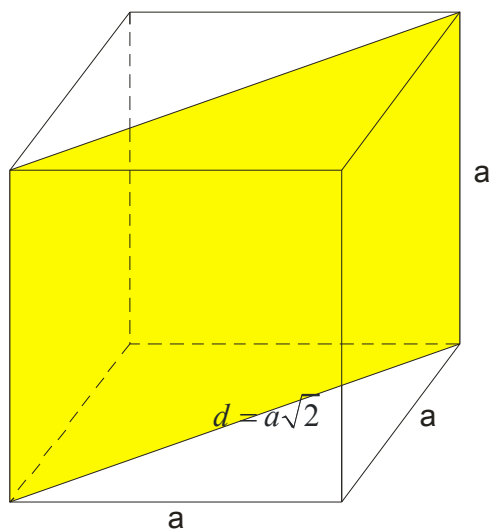
$$P = 6a^2$$

$$V = a^3$$

Kocka ima 12 ivica dužine a .

Mala dijagonala (dijagonala osnove) je $d = a\sqrt{2}$.

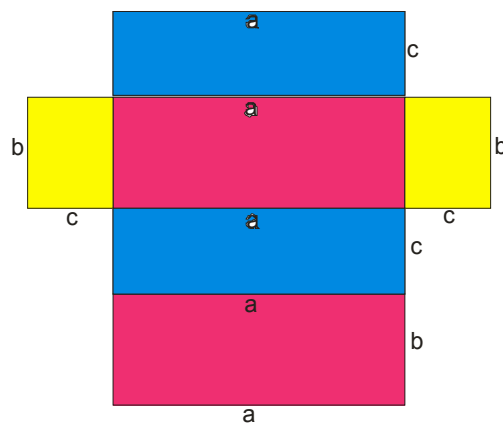
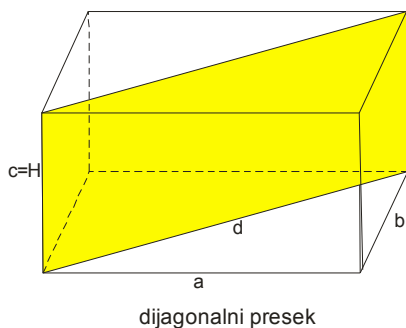
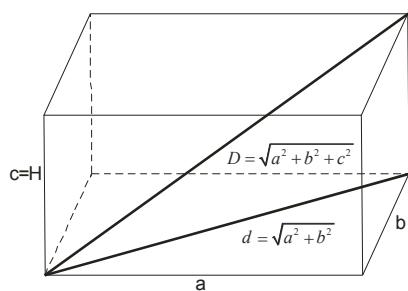
Velika (telesna) dijagonala je $D = a\sqrt{3}$



dijagonalni presek

Površina dijagonalnog preseka se računa po formuli: $P_{DP} = a^2\sqrt{2}$

KVADAR



$$P = 2(ab + ac + bc)$$

$$V = abc$$

Mala dijagonala (dijagonala osnove) se računa $d^2 = a^2 + b^2$ to jest $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

Velika dijagonala se računa $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$ to jest $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Dijagonalni presek je pravougaonik površine $P_{DP} = d \cdot c$

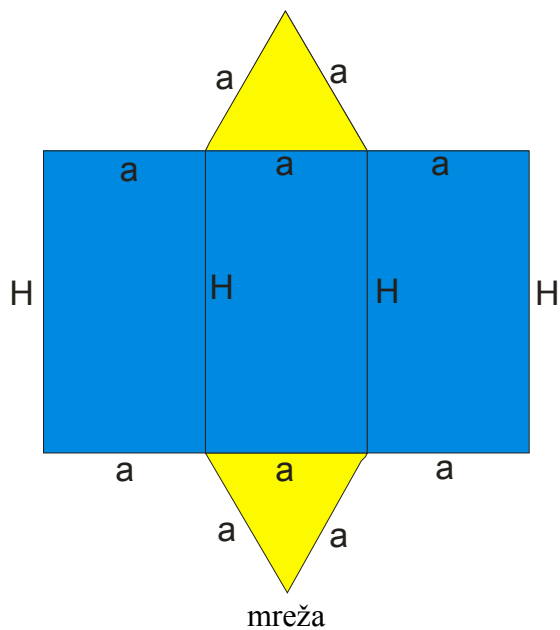
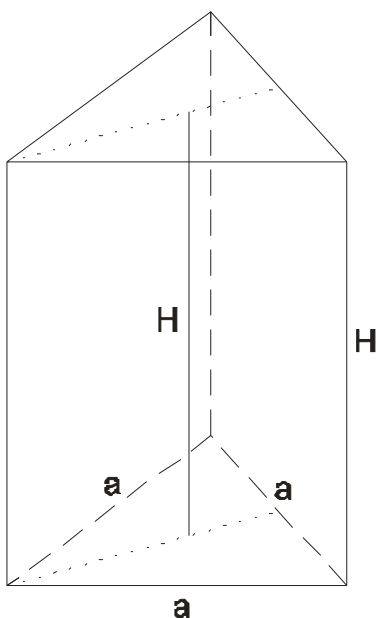
Površina svake prizme se izražava formulom:

$$P = 2B + M$$

Zapremina svake prizme se izračunava formulom:

$$V = B \cdot H$$

PRAVA PRAVILNA TROSTRANA PRIZMA



$$B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ je površina osnove(baze)}$$

$$M = 3aH \text{ je površina omotača}$$

$$P = 2B + M$$

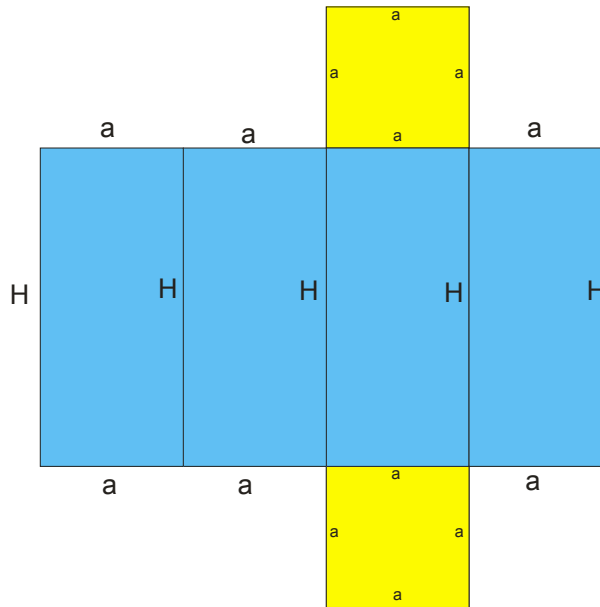
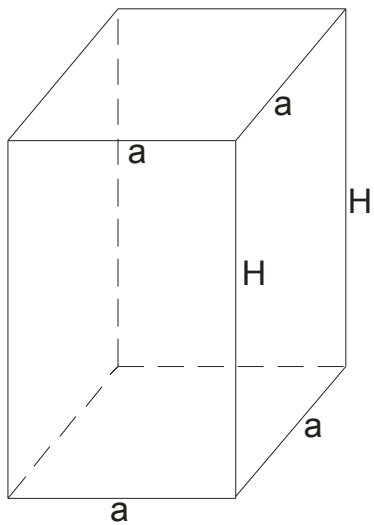
$$P = 2 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + 3aH$$

$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} + 3aH$$

$$V = B \cdot H$$

$$V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot H$$

PRAVA PRAVILNA ČETVOROSTRANA PRIZMA



Površina baze i površina omotača su: $B = a^2$

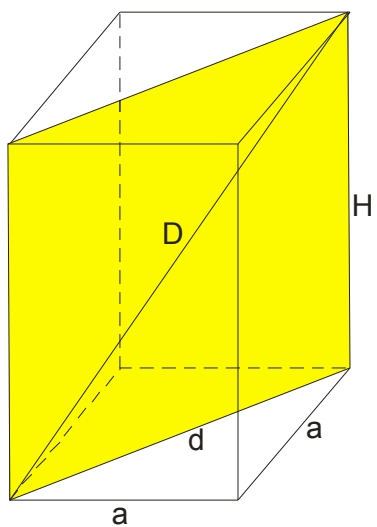
$$M = 4aH$$

$$P = 2B + M$$

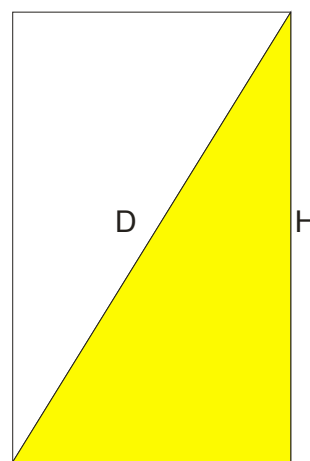
$$V = B \cdot H$$

$$P = 2a^2 + 4aH$$

$$V = a^2 \cdot H$$



dijagonalni presek



$$d = a\sqrt{2}$$

dijagonalni presek

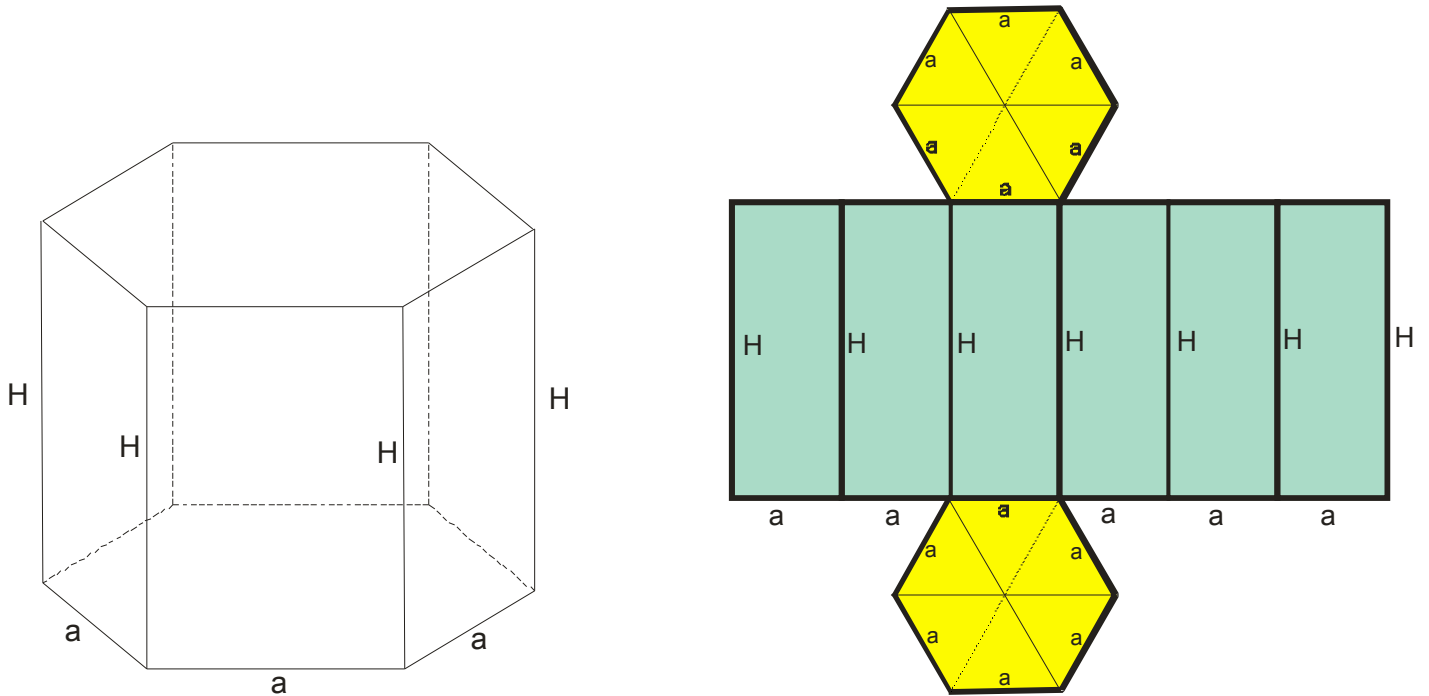
$$D^2 = (a\sqrt{2})^2 + H^2$$

Površina dijagonalnog preseka se izračunava:

$$P = d \cdot H$$

$$P = aH\sqrt{2}$$

PRAVA PRAVILNA ŠESTOSTRANA PRIZMA



Površina baze i omotača su:

$$B = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 3 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$M = 6aH$$

Površina i zapremina cele takve prizme je:

$$P = 2B + M$$

$$V = B \cdot H$$

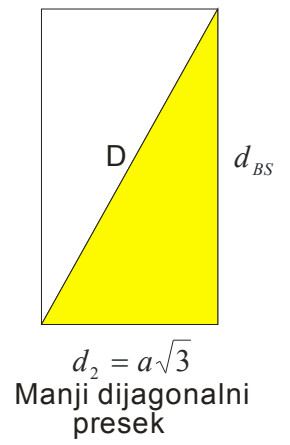
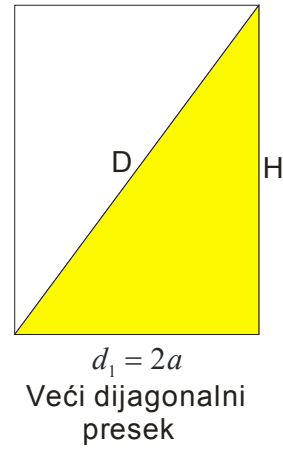
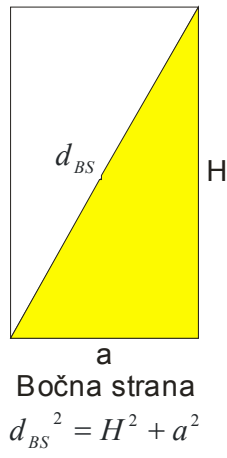
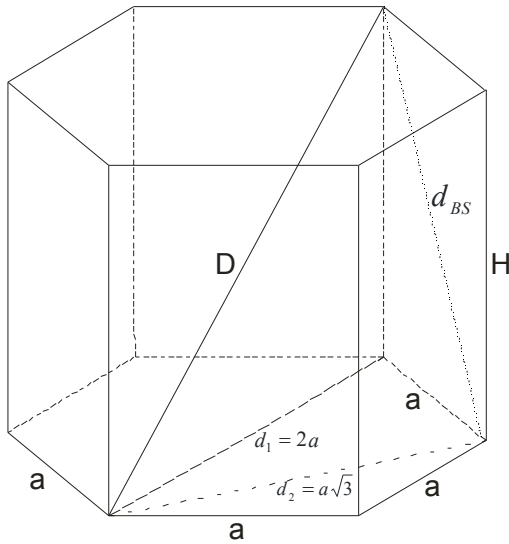
$$P = 2 \cdot 3 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} + 6aH$$

$$V = 3 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot H$$

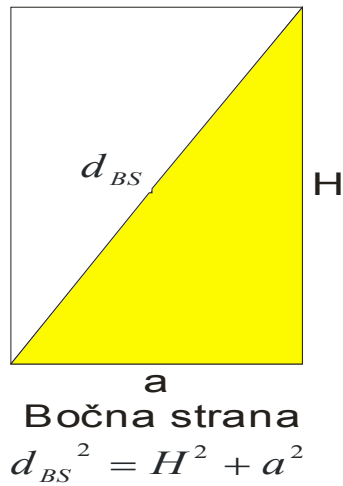
$$P = 3a^2 \sqrt{3} + 6aH$$

$$V = \frac{3a^2 H \sqrt{3}}{2}$$

Što se tiče primene Pitagorine teoreme, imamo sledeće situacije:



Još samo da vam napomenemo da primena Pitagorine teoreme na bočnu stranu :

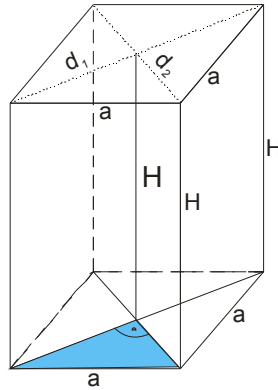


važi kod svake od navedenih pravilnih prizmi!

Često se u zadacima javljaju prizme koje nisu pravilne, odnosno u osnovi se ne nalazi pravilan mnogougao.

Evo nekoliko čestih situacija:

Ako je u osnovi romb



Ovde Pitagorinu teoremu primenjujemo u osnovi:

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2$$

Površina baze je $B = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ a površina omotača je $M = 4aH$

Površina i zapremina ove prizme je:

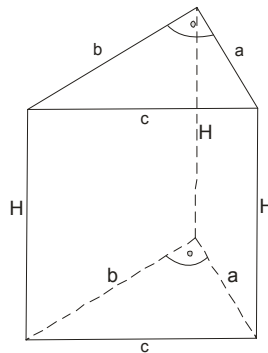
$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \frac{d_1 \cdot d_2}{2} + 4aH \rightarrow \boxed{P = d_1 \cdot d_2 + 4aH}$$

$$V = BH$$

$$\boxed{V = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \cdot H}$$

Ako je u osnovi pravougli trougao



Površina baze je $B = \frac{ab}{2}$ ili $B = \frac{ch_c}{2}$ a površina omotača: $M = aH + bH + cH \rightarrow \boxed{M = H(a + b + c)}$

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \frac{ab}{2} + H(a + b + c) \rightarrow \boxed{P = ab + H(a + b + c)}$$

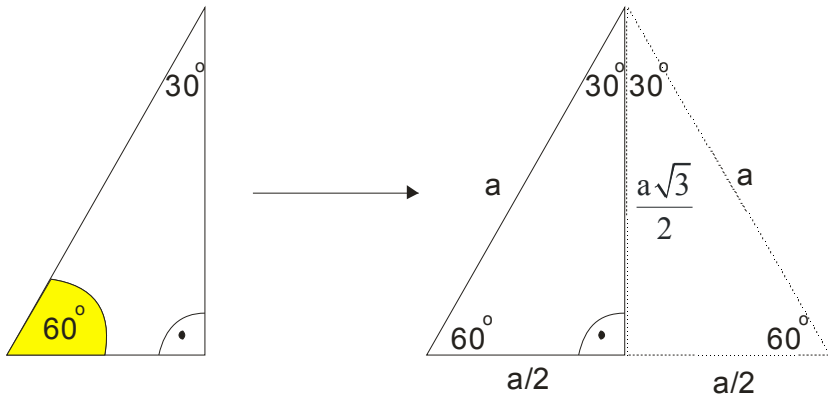
$$V = BH$$

$$\boxed{V = \frac{ab}{2} \cdot H}$$

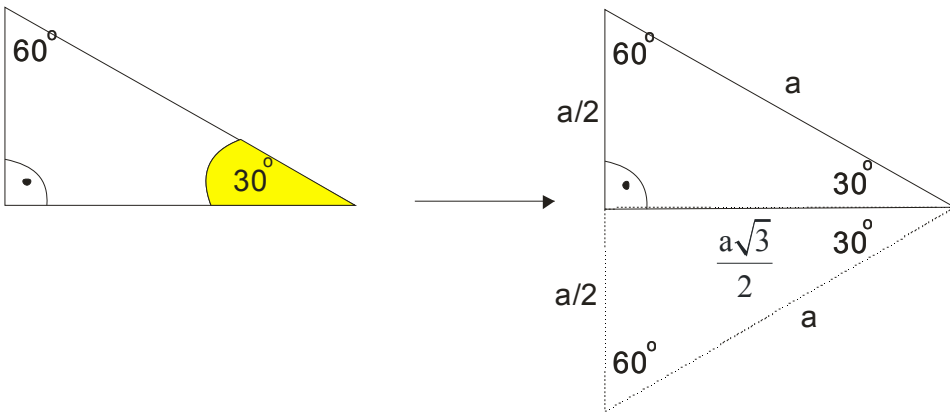
Dalje, u zadacima sa prizmom često se daju uglovi (u osnovi, izmedju dijagonale i osnove itd.) od 30 , 60 i 45 stepeni.

Šta raditi u situaciji kad je dat ugao od 30 ili 60 stepeni ?

Onda vršimo dopunu do jednakostraničnog trougla i tražimo vezu izmedju poznatih i nepoznatih podataka!

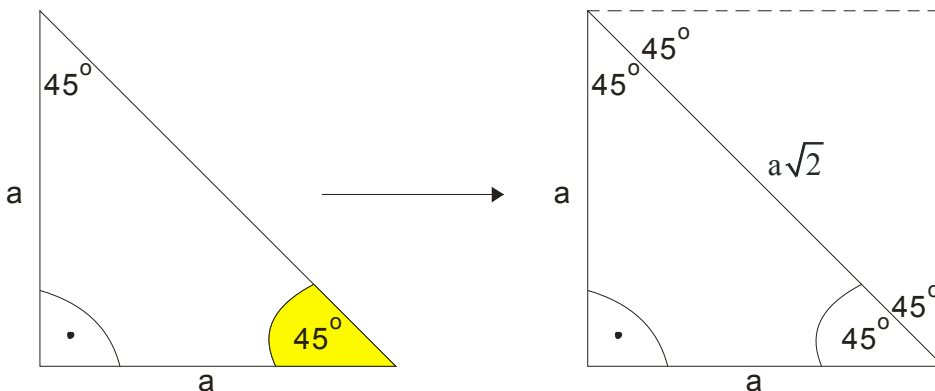


Ovo je situacija kad je dat ugao od 60 stepeni.



Ovo je situacija kad je dat ugao od 30 stepeni.

Kada nam je dat ugao od 45 stepeni vršimo dopunu do punog kvadrata!



SAVETI:

1. Napravite modele ovih prizmi koristeći mreže koje smo vam nacrtali, tako ćete bolje uočavati vezu između elemenata.
2. Nemojte formule da učite napamet, nego koristeći model naučite najpre da nacrtate sliku a zatim da sa nje “sklopite” traženu formulu
3. Ako vam je u zadatku data B, M, V ili P , napišete formulu za to i tu zamenite sve što je dato. Dobićete novi podatak....

www.matematiranje.in.rs